

國立台南第二高級中學 104 學年度第一學期高三自然組期末考數學科試題

1. 在複數平面上，所有滿足方程式 $|z - 2 + i| + |z + 4 - 7i| = 10$ 的複數 z ，會形成什麼圖形？
 (A) 圓 (B) 橢圓 (C) 雙曲線 (D) 一直線 (E) 一線段 答：_____。(請填代號)

2. 設 z 為複數，已知 $|z| = 3$ ，則 $|z - (6 + 8i)|$ 的最小值為_____。

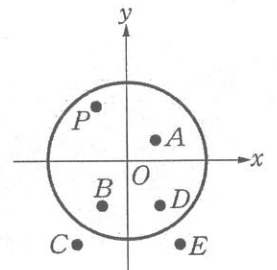
3. 設 z_1 、 z_2 為複數，已知 $|z_1| = 4$ ， $|z_2| = 5$ ， $\text{Arg}\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \frac{\pi}{3}$ ，試求 $|z_1 - z_2| =$ _____。

4. 設 $z = 1 + \cos 200^\circ + i \sin 200^\circ$ ，則 z 的主幅角為_____。

5. 設複數 z 的主幅角為 $\frac{4}{3}\pi$ ，實部是 $-2\sqrt{3}$ ，試求 $z =$ _____。

6. 如圖，複數 z 在複數平面上對應的點 P 在單位圓的內部，請問複數 z^2 對應的點，最接近下列哪一點？(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

答：_____。(請填代號)



7. 若 $(4 - 3i)(\cos \theta + i \sin \theta) = -5$ ，其中 $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ ，則下列何者正確？
 (A) $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$ (B) $90^\circ \leq \theta < 180^\circ$ (C) $180^\circ \leq \theta < 270^\circ$ (D) $270^\circ \leq \theta < 360^\circ$ 。

答：_____。(請填代號)

8. 在坐標平面上，已知 $\triangle ABC$ 為一直角三角形， $\angle B = 90^\circ$ ， $\overline{AC} = 2\overline{AB}$ ，點 A 的坐標為 $(0, 0)$ ，點 B 之坐標為 $(1, 2)$ ，點 C 在第二象限，試求點 C 的坐標_____。

9. 設 $z = \frac{(-1+i)^{12}}{(1+\sqrt{3}i)^6 (\sqrt{3}-i)^3}$ ，則 $|z| =$ _____。

10. 設 $z = 1+i$ ，試求 $1+z+z^2+z^3+\dots+z^9 =$ _____。

11. 試求 $\left(\frac{1+i \tan 20^\circ}{1-i \tan 20^\circ}\right)^6 =$ _____。

12. 下列何者為 $-i$ 的立方根？答：_____。(請填代號)

- (A) $\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ$ (B) $\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ$ (C) $\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ$
(D) $\cos 210^\circ + i \sin 210^\circ$ (E) $\cos 270^\circ + i \sin 270^\circ$ (F) $\cos 330^\circ + i \sin 330^\circ$

13. 設 $\omega = \cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}$ ，試求 $(3+\omega)(3+\omega^2)(3+\omega^3)(3+\omega^4) =$ _____。

14. (1) 將方程式 $z^5 + z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0$ 的 5 個根描繪在複數平面上。
(2) 求方程式 $z^5 + z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0$ 的 5 個根在複數平面上所圍成的面積。

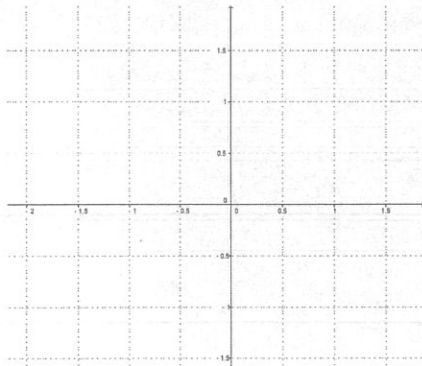
15. 解方程式 $z^4 = -8 - 8\sqrt{3}i$ (請將解化作 $a+bi$ 形式，其中 a, b 為實數)

國立台南第二高級中學 104 學年度第一學期高三自然組期末考數學科答案卷

(題 1~題 13,每題 6 分) 班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

1.	2.	3.
4.	5.	6.
7.	8.	9.
10.	11.	12.
13.	X	

14. (1) (5分) (2) (5分)

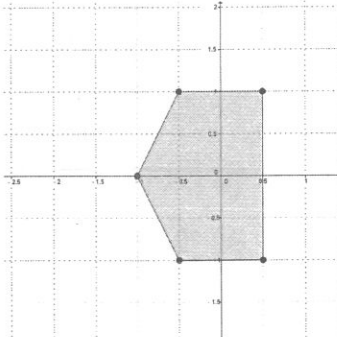


15. (本題需詳列過程才給分。)(12分)

國立台南第二高級中學 104 學年度第一學期高三自然組期末考數學科答案卷

(題 1~題 13, 每題 6 分)

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

1. E	2. 7	3. $\sqrt{21}$
4. 280°	5. $-2\sqrt{3} - 6i$	6. B
7. C	8. $(1-2\sqrt{3}, 2+\sqrt{3})$	9. $\frac{1}{8}$
10. $32+i$	11. $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$	12. B D F (註)
13. 61	(註)：第 12 題給分標準。 若只錯 1 選項可得 4 分，若只錯 2 選項可得 2 分。	
<p>14. (1) (5 分)</p> <p>如圖，每個點各得 1 分。</p>  <p>(2) (5 分)</p> $\frac{5\sqrt{3}}{4}$	<p>15. (本題需詳列過程才給分。)(12 分)</p> $-8-8\sqrt{3}i = 16\left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = 16\left(\cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3}\right) \dots\dots (得 2 分)$ $z_k = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{2k\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{2k\pi}{4}\right)\right), k=0, 1, 2, 3, (得 2 分)$ $z_0 = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right) = 1 + \sqrt{3}i, (得 2 分)$ $z_1 = 2\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}\right) = -\sqrt{3} + i, (得 2 分)$ $z_2 = 2\left(\cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3}\right) = -1 - \sqrt{3}i, (得 2 分)$ $z_3 = 2\left(\cos\frac{11\pi}{6} + i\sin\frac{11\pi}{6}\right) = \sqrt{3} - i (得 2 分)$	