

國立台南二中 105 學年度高二適性班考試數學科試題

一、單選題：每題 5 分，共 15 分

1. 正數 a, b, c, d 滿足 $a+d=b+c$ ， $|a-d|<|b-c|$ ，則
(A) $ad=bc$ (B) $ad<bc$ (C) $ad>bc$ (D) ad 與 bc 的大小關係不能確定
2. 設 $2^a=3$ ， $2^b=6$ ， $2^c=12$ ，則數列 a, b, c
(A) 是等差數列，但不是等比數列 (B) 是等比數列，但不是等差數列 (C) 是等差數列，又是等比數列 (D) 不是等差數列，又不是等比數列
3. 設事件 A 發生的機率為 $\frac{1}{2}$ ，事件 B 發生的機率為 $\frac{1}{3}$ ，若以 p 表事件 A 或 B 發生的機率，則 p 值的範圍為何？
(A) $p \leq \frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{6} < p \leq \frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{3} < p < \frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{2} \leq p \leq \frac{5}{6}$ (E) $p > \frac{5}{6}$

二、多選題：每題 6 分，共 12 分

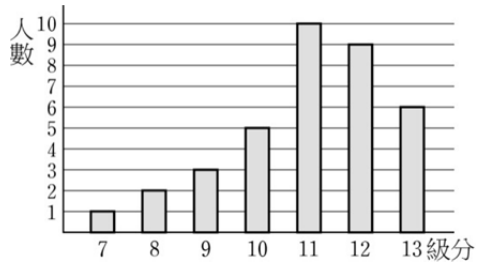
1. 下列哪些選項符合組合數 C_4^6 代表的意義？
(A) 從 6 個人中任選 4 個人的方法數 (B) 6 個不同的座位，4 個人各選 1 座位入坐的選法數 (C) 4 件相同的禮物全部分給 6 個人，每人至多得 1 件的分法數 (D) 丟擲一硬幣 6 次，恰有 4 次出現正面的方法數 (E) $(a+b)^6$ 展開式中 a^4b^2 的係數
2. 經濟學者分析某公司服務年資相近的員工之「年薪」與「就學年數」的數據，得到這樣的結論：『員工就學年數每增加一年，其年薪平均增加 8 萬 5 千元』。試問上述結論可直接從下列哪些選項中的統計量得到？
(A) 「年薪」之眾數與「就學年數」之眾數 (B) 「年薪」之全距與「就學年數」之全距 (C) 「年薪」之平均數與「就學年數」之平均數 (D) 「年薪」與「就學年數」之相關係數 (E) 「年薪」對「就學年數」之迴歸直線斜率

三、填充題：每題 5 分，共 85 分

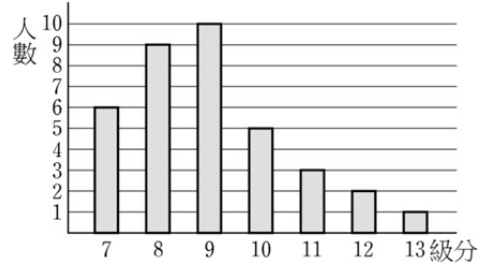
1. 已知 a, b 為正實數，且 $2a+3b=4$ ，求 $(a+3)(b+2)$ 的最大值為_____
2. 設 $\sqrt{7+\sqrt{48}}=a+b$ ，其中 a 是正整數， $0<b<1$ ，則 $\frac{1}{a+b}+\frac{1}{1-b}$ 之值=_____
3. 滿足絕對值不等式 $|4x-12|\leq 2x$ 的實數 x 所形成的區間，其長度為_____

4. 已知 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ， $a \neq 0$ ， $a, b, c \in \mathbb{R}$ ，當 $x=1$ 時， $f(x)$ 有最小值為 -2 ，且 $y = f(x)$ 圖形截 x 軸所得到的線段長為 $\sqrt{2}$ ，則 $a+b+c =$ _____
5. $f(x)$ 為一多項式，其係數和為 3 ，常數項為 5 ，則 $f(x)$ 除以 $x(x-1)$ 的餘式為 _____
6. 若 α, β, γ 為 $x^3 - 2x^2 + 3x - 4 = 0$ 的三個根，試求 $(2-\alpha)(2-\beta)(2-\gamma) =$ _____
7. 不等式 $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) \leq 120$ 的解為 _____ (提示：令 $t = x^2 - 5x$)
8. 若 $\log_2(\log_3(\log_4 x)) = \log_3(\log_4(\log_2 y)) = \log_4(\log_2(\log_3 z)) = 0$ ，則 $x + y + z =$ _____
9. 某種細菌原有數目為 N_0 ，經過 x 天後，細菌數目變成 $f(x) = N_0 \cdot a^x$ 。依據實驗數據知，
2 天、5 天後細菌數目依序為 3×10^6 ， 2.4×10^7 ，試求：細菌數目由原有 N_0 增加到
 3.84×10^8 ，需經過 _____ 天
10. 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 的前 n 項和 $S_n = n^2 - 16n - 16$ ，求數列 $\langle |a_n| \rangle$ 的前 10 項和為 _____
11. 來自全國各高中代表的 25 支籃球隊參加籃球單淘汰賽，每一場由其中兩隊配對比賽，
輸的球隊即遭淘汰，並且每一場比賽都一定有一隊得勝，不允許有和局。請問總共要
比賽 _____ 場，才能產生冠軍隊
12. 某工廠生產四種顏色不同的乒乓球，但其形狀大小皆相同。如果將 10 顆乒乓球裝成
一盒，而且所有包裝涵蓋各種組合，請問：該工廠至少需包裝 _____ 盒
13. 在 $(\sqrt{x} - \sqrt[3]{x})^{10}$ 的展開式中，有理項共有 _____ 項
14. 從 52 張撲克牌中任取 5 張，則 5 張牌的點數為連續的機率是 $\frac{a}{C_5^{52}}$ ，求 $a =$ _____
(說明：10, J, Q, K, 1, Q, K, 1, 2, 3... 等類型不是連續的點數)
15. 袋中有號碼球 1, 2, 3, 4, 5 各有 5 個，隨機取兩次，每次取 1 球，取出後不放回，
已知第一次取到 4 號，請問第二次取到 1 號的機率為 _____
16. 某班共有 40 位學生，第二次段考數學科全班平均成績為 51 分，標準差是 $2\sqrt{5}$ 分；
但後來發現有人作弊，將該生成績由 40 分改為 0 分，求此時全班學生成績的標準差
為 _____ 分

17. 下圖(一)(二)是某校高三學生參加臺灣區模擬考，甲、乙兩班數學級分的長條圖，若甲班、乙班以及兩班合併之學生成績（級分）的標準差分別為 σ_1 、 σ_2 、 σ_3 （級分），試比較 σ_1 、 σ_2 、 σ_3 的大小為_____。



圖(一)



圖(二)

四、證明題：8分

1. 已知 a, b, c 為等比數列，且 x 是 a, b 的等差中項， y 是 b, c 的等差中項，證明 $\frac{a}{x} + \frac{c}{y} = 2$

國立台南二中 105 學年度高二適性班考試數學科答案卷

一、單選題：每題 5 分，共 15 分

1.	2.	3.
C	A	D

二、多選題：每題 6 分，共 12 分

1.	2.
ACDE	E

三、填充題：每題 5 分，共 85 分

1. $\frac{32}{3}$	2. 4	3. 4	4. -2	5. $-2x+5$
6. 2	7. $-1 \leq x \leq 6$		8. 89	9. 9
10. 84	11. 24	12. 286	13. 2	14. 9216
15. $\frac{5}{24}$	16. 9	17. $\sigma_1 = \sigma_2 < \sigma_3$		

四、證明題：8 分

<p>1.</p> $\therefore \begin{cases} b^2 = ac \\ x = \frac{a+b}{2} \\ y = \frac{b+c}{2} \end{cases}$ $\therefore \frac{a}{x} + \frac{c}{y} = \frac{a}{\frac{a+b}{2}} + \frac{c}{\frac{b+c}{2}} = \frac{2a}{a+b} + \frac{2c}{b+c} = \frac{2a(b+c) + 2c(a+b)}{(a+b)(b+c)}$ $= \frac{2ab + 2ac + 2ca + 2bc}{ab + ac + b^2 + bc} = \frac{2ab + 4b^2 + 2bc}{ab + 2b^2 + bc} = 2$
--

國立台南二中 105 學年度高二適性班考試數學科答案卷

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、單選題：每題 5 分，共 15 分

1.	2.	3.

二、多選題：每題 6 分，共 12 分

1.	2.

三、填充題：每題 5 分，共 85 分

1.	2.	3.	4.	5.
6.	7.	8.	9.	
10.	11.	12.	13.	14.
15.	16.	17.		

四、證明題：8 分

1.
