國立台南二中 105 學年度第一學期第二次期中考高一數學科試題

一、多重選擇題：共 3 題，每題 5 分，共 15 分

1. 下列敘述何者正確？

(A) $f(x)=-2\cdot\dfrac{(x-3)(x-4)}{(-1-3)(-1-4)}+6\cdot\dfrac{(x+1)(x-4)}{(3+1)(3-4)}+8\cdot\dfrac{(x+1)(x-3)}{(4+1)(4-3)}$ 是一個 2 次多項式。

(B) 設 $f(-1)=8$，$f(1)=12$，$f(4)=-12$，

則 $f(x)=\dfrac{4}{5}(x-1)(x-4)-2(x+1)(x-4)-\dfrac{4}{5}(x+1)(x-1)$

(C) 設 $g(x)$ 為實係數多項式，且 $g(2)\cdot g(4)<0$，則 $g(x)=0$ 在開區間 $(2,4)$ 至少有一實根。

(D) 設 $h(x)$ 為實係數多項式，α 是一個複數；若 $h(\alpha)=0$，則 $(x-\alpha)\cdot(x-\overline{\alpha})$ 為 $h(x)$ 的因式。

(E) 多項式不等式 $(x-2)(x+3)(x^4+2x^2+6)(x^2+x+1)\le 0$ 無實數解。

2. 下列敘述何者正確？

(A) $3(x-2)(x-1)-2(x-2)-3=-1\dfrac{(x-2)(x-4)}{(1-2)(1-4)}-3\dfrac{(x-1)(x-4)}{(2-1)(2-4)}+11\dfrac{(x-1)(x-2)}{(4-1)(4-2)}$。

(B) $(\sqrt{7})^3\times(\sqrt{7})^{\frac{1}{3}}=(\sqrt{7})^1=\sqrt{7}$。　　(C) 若 $a>b$，則 $\left(\dfrac{1}{2}\right)^a>\left(\dfrac{1}{3}\right)^b$。

(D) 設 c 為實數，則 $(c^2)^{\frac{1}{2}}=c$。　　(E) $10^{100}>50^{50}$。

3. 設 $f(x)=6x^5+ax^4+bx^3+cx^2+dx-60$，$a,b,c,d$ 均為整數，則下列何者正確？

(A) 若 $(x-1)$ 為 $f(x)$ 的因式，則 9 是 $a+b+c+d$ 的因數。

(B) 若 $f(\alpha)=0$，且 α 為整數，則 α 為 60 的因數。

(C) 若 a,b,c,d 均為 6 的倍數，則 6 是方程式 $f(x)=0$ 的根。

(D) 根據虛根成對定理，$f(x)=0$ 至少有一個整數根。

(E) 若已知方程式 $f(x)=0$ 存在至少 3 個負數根，則方程式 $f(x)=0$ 共有 5 個實根。

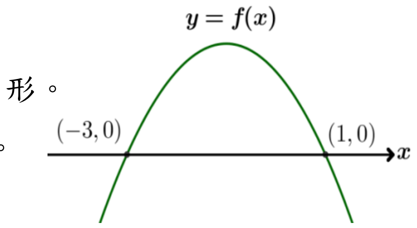
二、填充題：共 12 題，共 70 分，配分方式如答案卷。

1. 設 $z=\overline{\left(-4+4i+\overline{5+8i}\right)}+\dfrac{3+2i}{2-i}$，求 z 的**虛部**為________。

2. 解不等式：$(x^2-2x-15)(x+3)^4(x-1)^2(-x^{2016}-3)\le 0$。

3. 方程式 $x^3-17x-3=0$ 恰有一正根 α，且 α 位於開區間 $(N,N+1)$，N 為正整數，求 $N=$__。

4. 設 ω,γ 為實數，$f(x)=x^3+\omega x^2+60x+\gamma$，若方程式 $f(x)=0$ 有三個根：$a-6i$、$2+bi$、c，其中 a,b,c 皆為實數，求 $a+b+c=$________。



5. $f(x)$ 是一個二次實係數多項式，且右圖為 $y=f(x)$ 的函數圖形。試求 $f(-x+2)\le 0$ 的實數解範圍為______________________。

6. 化簡 $(0.027)^2\cdot\left(\sqrt[3]{1000}\right)^8\cdot 3^{-5}\cdot\left(\left(-\dfrac{4}{25}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}=$ ________。

7. 設 $f(x)=x^3+ax^2+14x-4$，a 為實數，若已知 $f(x)=0$ 有兩根為 $3+\sqrt{7}$、$3-\sqrt{7}$，試求 $f(3+2\sqrt{7})=$________。

8. 設 x,y,z 皆為非零實數，且 $(\sqrt{3})^{4x}=7^{3y}=(\sqrt[3]{21})^z$，試求 $\dfrac{z}{2x}+\dfrac{z}{3y}=$________。

9. 解不等式：$\dfrac{3x^2-22x+31}{x^2-9x+18}\le 2$。

10. 解不等式：$\dfrac{x}{x-4}\ge\dfrac{2x}{x+2}$。

11. 設 $a=\left(\dfrac{1}{128^2}\right)^{-\frac{1}{3}}$，$b=\left((-2)^2\right)^{\pi}$，$c=8^{\sqrt{3}}$，試比較 a,b,c 的大小。

12. 設 $f(x)$ 為次數不高於三次的多項式，且 $f(-1)=-27$、$f(2)=3$、$f(3)=1$、$f(7)=53$；若 a,b,c,d 為實數，且 $f(x)=a(x-\sqrt{2})(x-\sqrt{3})(x-\sqrt{7})+b(x-\sqrt{2})(x-\sqrt{3})+c(x-\sqrt{2})+d$，求 $a=$_______。

三、計算題：2 題，共 15 分，無計算過程者不予計分。

1. 設 $f(x)=4x^5+16x^4-9x^3-84x^2+2x+20$，且 $i-3$ 為 $f(x)=0$ 的根；若已知 $f(x)$ 有整係數一次因式，試求出 $f(x)=0$ 的其他 4 個根。(8 分)

2. 設 a,b 為實數，若不等式 $ax^2+bx+4\ge 0$ 的解為 $-\dfrac{3}{2}\le x\le 4$；

(1) 求數對 $(a,b)=$？(3 分)

(2) 解不等式 $(ax^2+bx+4)(x-1)(x^2+2x+3)<(ax^2+bx+4)(x-1)(-2x+8)$。(4 分)

國立台南二中 105 學年度第一學期第二次期中考高一數學科 參考答案

班級：＿＿＿＿＿＿ 座號：＿＿＿ 姓名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

得分

一、多重選擇題：共 3 題，每題 5 分，共 15 分

說明:每題至少有一個正確的選項，每題答對得 5 分，答錯不倒扣，未作答者不給分。只錯一個選項得 3 分，錯兩個選項得 1 分，錯 3 個選項或 3 個以上者不給分。

1	2	3
C	A，E	A，B，E

二、填充題：共 12 題，共 70 分，配分方式如下。

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
得分	7	14	21	28	34	40	46	52	57	62	66	70

1	2	3	4
$\frac{27}{5}$	$x\geq 5$ 或 $x\leq -3$ 或 $x=1$	4	13
5	6	7	8
$x\leq 1$ 或 $x\geq 5$	48	$21+42\sqrt{7}$	3
9	10	11	12
$5\leq x<6$ 或 $-1\leq x<3$	$-2<x\leq 0$ 或 $4<x\leq 10$	$b>c>a$	$\frac{3}{4}$

三、計算題：2 題，共 15 分，無計算過程者不予計分。

1. 設 $f(x)=4x^5+16x^4-9x^3-84x^2+2x+20$，且 $i-3$ 為 $f(x)=0$ 的根；

若已知 $f(x)$ 有整係數一次因式，試求出 $f(x)=0$ 的其他 4 個根。(8 分)

Ans: $-3-i$, 2, $\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$

2. 設 a,b 為實數，若不等式 $ax^2+bx+4\geq 0$ 的解為 $-\frac{3}{2}\leq x\leq 4$；

(1) 求數對 $(a,b)=$？(3 分) (2) 解不等式 $(ax^2+bx+4)(x-1)(x^2+2x+3)<(ax^2+bx+4)(x-1)(-2x+8)$。(4 分)

Ans: (1) $\left(-\frac{2}{3}, \frac{5}{3}\right)$ (3 分) (2) $-5<x<-\frac{3}{2}$ 或 $x>4$ (4 分)