國立台南第二高級中學106學年度 高一 適性班 數學 科 試題

說明：全卷總分為110%，超過100%以100%計；請將答案填入答案卷中，否則不予計分。

一、填充題 (每格5%)

1. $\dfrac{-\frac{7}{5}\times\left(-2\frac{1}{2}\right)-1}{9\times\frac{1}{(-0.75)^2}}-\left|2+\left(-\frac{1}{2}\right)^3\times 5^2\right|=$______。(請化為最簡分數，否則不予給分)

2. 已知k為正整數，若$\sqrt{12-k}+\sqrt{k+61}$也為正整數，則$k=$______。

3. 一元一次不等式$3-\dfrac{x+2}{4}\geq-\dfrac{3x-1}{2}$的解為__________。 (請化為最簡分數，否則不予給分)

4. 拋物線$y=-2x^2+20x-45$之圖形對於點$M(2,3)$成點對稱圖形的二次函數為________________。

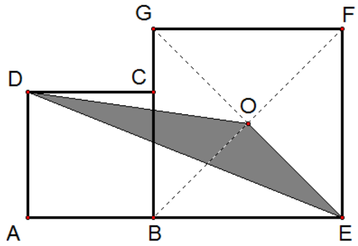
 (請將答案表示成$y=ax^2+bx+c$之形式，否則不予給分)

5. 已知a、b為整數，若$\sqrt{3}+1$為$4x^2+ax+b=0$之一根，則$a\times b=$______。

6. 如右圖所示，$ABCD$與$BEFG$為兩正方形，C在$\overline{BG}$上，

且A、B、E三點共線，O為$\overline{BF}$與$\overline{EG}$之交點，

若正方形$ABCD$面積為324，$\overline{GC}=6$，則$\triangle DEO$面積為________。



7. 甲袋內裝有紅豆與綠豆，其重量比為$3:2$，乙袋內也裝有紅豆與綠豆，其重量比為$2:1$，若不考慮袋重，甲袋的總重量是乙袋的2倍，今將兩袋倒入一個較大的丙袋中，則丙袋內的紅豆與綠豆重量比為_________。

8. 若x^2+2x+5為x^4+px^2+q的一個因式，則$p\times q=$______。

9. 在平面座標系上，橫坐標與縱坐標皆為整數的點，我們稱之為格子點。已知k為整數，

若函數$f(x)=2x-1$與$g(x)=kx+k$這兩圖形的交點為格子點，則k有____種不同的值。

10. 二中校內水上運動會100公尺蛙式競賽中，選手A、B、C、D、E五人贏得決賽權，裁判甲、乙、丙、丁、戊對他們之名次作如下之猜測：

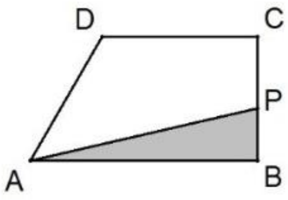
(1) 甲猜「B第二，A第三」　(2) 乙猜「A第一，E第四」　(3) 丙猜「C第三，D第五」

(4) 丁猜「B第二，E第四」　(5) 戊猜「D第一，C第二」

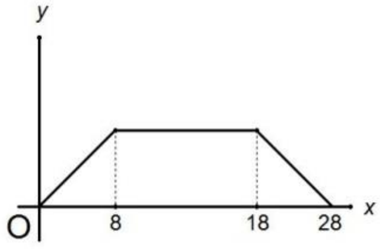
比賽結果公布，發現五位裁判都恰好猜對一半，則五位選手由第一名到第五名依序為____________。

背面尚有題

11. 如圖(1)所示，動點P以直角梯形$ABCD$的直角頂點B出發，沿$B\to C\to D\to A$的順序運動，
得到以點P運動的路程x為自變量、$\triangle ABP$面積y為函數的圖形，如圖(2)所示，
則此直角梯形$ABCD$的面積為________。



圖(1)



圖(2)

12. 已知某班有40人，欲選出5人當籃球比賽的先發球員，今有10人有意當先發球員，
因此投票表決，得票數前五名者即可擔任，若班上40人每人都投一票，
則至少獲得______票就保證能下場當先發球員。

13. 因式分解$\left(x^2+5x+6\right)\left(x^2+20x+96\right)-4x^2=$____________________________。

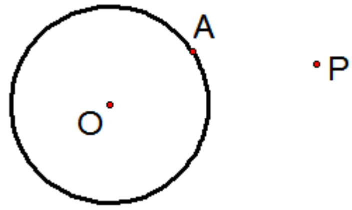
14. 如右圖，A點在圓O上，P為圓外一點，求作一圓過P點，且過P點的圓與圓O相切於A點，
下列何者可以正確地找到該圓的圓心？________

(A) 圓心為$\overline{AP}$中垂線與$\angle AOP$角平分線交點

(B) 圓心為$\overline{AP}$中垂線與$\overline{OP}$中垂線交點

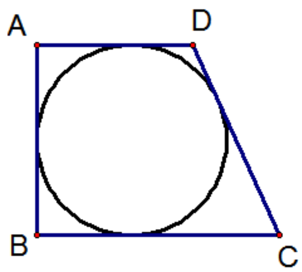
(C) 圓心為$\overline{OP}$中垂線與$\angle OAP$角平分線交點

(D) 圓心為$\overleftrightarrow{OA}$與$\overline{AP}$中垂線的交點



15. 如右圖，梯形$ABCD$的四邊分別與圓相切，$\angle A=\angle B=90^\circ$，$\overline{AD}=12$，$\overline{BC}=20$，

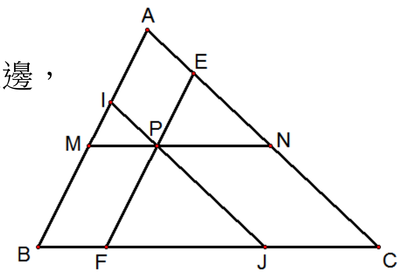
則梯形$ABCD$的面積為_______。



16. 設O為銳角$\triangle ABC$之外心，面積比$\triangle OAB:\triangle OAC:\triangle OBC=2:3:4$，且$\overline{OA}=10$，

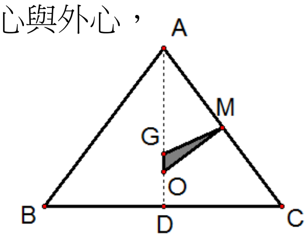
則$\overline{BC}=$________。

17. 如右圖，$\triangle ABC$內部一點P作$\overline{NM}$ 、$\overline{IJ}$ 、$\overline{EF}$分別平行$\triangle ABC$的三邊，把$\triangle ABC$分成三個三角形和三個平行四邊形，若$\triangle IMP$面積為9，平行四邊形$BFPM$面積為42，平行四邊形$CNPJ$面積為70，則$\triangle ABC$面積為________。



18. 設等腰$\triangle ABC$中，$\overline{AB}=\overline{AC}=10$，$\overline{BC}=12$，$G$和$O$分別為$\triangle ABC$之重心與外心，

D和M分別為$\overline{BC}$和$\overline{AC}$之中點，則$\triangle OGM$面積為________。

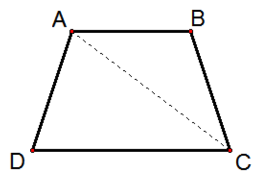


二、計算證明題 (每題 10%，共 20%，需有計算過程，否則不予計分)

1. 若$x>0$，$x^2+\dfrac{1}{x^2}=7$，試求$x^5+\dfrac{1}{x^5}$之值。

2. 如右圖，等腰梯形$ABCD$中，已知$\overline{AB}//\overline{CD}$，$\overline{AB}<\overline{CD}$，$\angle BCD=\angle ADC$，$\overline{AC}=\overline{CD}$，

且此等腰梯形的高和$\overline{AB}$等長，$\overline{AB}=6$，試求此等腰梯形$ABCD$的面積。



試題結束

國立台南第二高級中學106學年度 高一 適性班 數學 科 答案卷

班級：一年_____班　座號：_______　姓名：___________

得分

說明：1. 填充題該格完全答對才給該格分數，其餘情況均不給分。
若答案中含有分數之形式，**請化為最簡分數，否則不予計分**。
2. 全卷總分為110%，超過100%以100%計。

一、填充題 (每格5分)

1.	2.	3.	4.
$-\frac{31}{32}$	3	$x \ge -\frac{8}{5}$	$y=2x^2+4x+3$

5.	6.	7.	8.
64	144	28:17	150

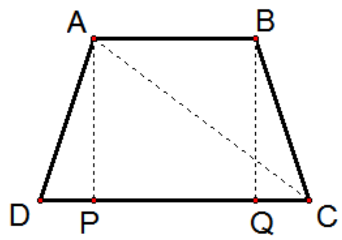
9.	10.	11.	12.
4	$BCAED$	104	7

13.	14.	15.	16.
$(x+4)(x+6)(x^2+15x+24)$	D	240	$5\sqrt{6}$

17.	18.
225	$\frac{11}{8}$

二、計算證明題 (每題 10%，需有計算過程，否則不予計分)

1.
$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=x^2+2+\frac{1}{x^2}\Rightarrow\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=9$ ，又 $x>0$ ，故 $x+\frac{1}{x}=3$ $\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2=x^4+2+\frac{1}{x^4}\Rightarrow 49=x^4+2+\frac{1}{x^4}\Rightarrow x^4+\frac{1}{x^4}=47$ $\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x^4+\frac{1}{x^4}\right)=x^5+\frac{1}{x^3}+x^3+\frac{1}{x^5}\Rightarrow 3\times 47=x^5+\frac{1}{x^3}+x^3+\frac{1}{x^5}\Rightarrow x^5+\frac{1}{x^5}=141-\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)$ 又 $x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x^2-1+\frac{1}{x^2}\right)=3(7-1)=18$ ，故所求 $x^5+\frac{1}{x^5}=141-\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)=141-18=123$

2.
由 A 和 B 分別對 $\overline{CD}$ 作垂足得 P 和 Q ，則 $\overline{DP}=\overline{CQ}$ ， $\overline{PQ}=6$ 。  令 $\overline{DP}=\overline{CQ}=t$ ，則 $\overline{CP}=t+6$ ， $\overline{AC}=\overline{CD}=2t+6$ 。 由畢氏定理可知 $\overline{AC}^2=\overline{AP}^2+\overline{CP}^2$ ， 故 $(2t+6)^2=6^2+(t+6)^2\Rightarrow 3t^2+12t-36=0\Rightarrow t^2+4t-12=0$ ， $t=2\Rightarrow\overline{CD}=10$ 所求等腰梯形 $ABCD$ 面積 $=\frac{(6+10)\times 6}{2}=48$