

# 國立台南二中 108 學年度 高二適性班 數學科 試題

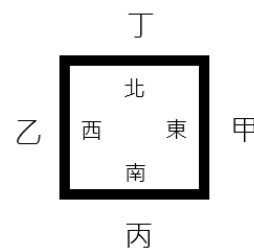
說明：全卷總分為 120 分。請將答案填入答案卷中，否則不予計分。

一、填充題：每格 6 分，共 102 分

說明：填充題每格完全答對才給分，若答案為分數或方根的形式請化到最簡。

1. 設  $b > a > 0$ ，若  $a^2 + b^2 = 6ab$ ，求  $\frac{b+a}{b-a} =$  \_\_\_\_\_
2. 求絕對值不等式  $|x-1| + |x-2| \leq 5$  解的範圍。 \_\_\_\_\_
3. 多項式  $f(x) = 1250x^6 - 2790x^5 - 3125x^4 + 707x^3 + 100x^2 - 45x + 10$ ，求  $f(3) =$  \_\_\_\_\_
4.  $m$  為實數。若方程式  $x^2 - (m-3i)x + 8-6i = 0$  有一實根  $\alpha$  及一虛根  $\beta$ ，求  $\beta =$  \_\_\_\_\_
5. 設多項式  $f(x) = 2 - 2x + 4x(x-1) + x(x-1)(x-2)g(x)$ ，其中  $g(x)$  為一實係數多項式。問，通過  $(0, f(0))$ 、 $(1, f(1))$ 、 $(2, f(2))$  的最低次插值多項式為 \_\_\_\_\_
6. 已知方程式  $x^3 - 6x^2 + kx + 10 = 0$  的三個根為整數，且恰成等差數列。求  $k =$  \_\_\_\_\_
7. 求對數不等式  $(\log_2 x)(\log_2 2x) \leq 2$  的解。 \_\_\_\_\_
8. 若方程式  $2^{-x} + 2^{\frac{1-x}{2}} - 15 = 0$  的解為  $x = \log_2 k$ ，則  $k =$  \_\_\_\_\_
9. 化簡  $\frac{1}{2^2-1} + \frac{1}{4^2-1} + \frac{1}{6^2-1} + \cdots + \frac{1}{(2k)^2-1} =$  \_\_\_\_\_
10. 求級數和  $1 \times 1 \times 4 + 2 \times 3 \times 7 + 3 \times 5 \times 10 + \cdots + 10 \times 19 \times 31 =$  \_\_\_\_\_ (註：每一項都是一些等差數列逐項的乘積)
11. 暑假小明和家人一起去遊樂場玩(共 3 個大人和 2 個小孩)。其中有一項遊樂設施「碰碰車」提供三種車型讓遊客選擇，A 車為三人乘坐、B 車為二人乘坐、C 車為一人乘坐，並限制小孩不能單獨乘坐，須由大人陪同。因為暑假期間人潮眾多，所以工作人員希望每輛車都不要有空位。今若小明他們家五人要同時去玩碰碰車，問有幾種乘坐組合的方式? \_\_\_\_\_
12. 袋子裡有 3 顆白球，2 顆黑球。由甲、乙、丙三人依序各抽取一顆球，取後不放回。每顆球被抽出的機會均等。請問在甲、乙抽到相同顏色的球的條件下，丙抽到白球的機率為何? \_\_\_\_\_

13. 甲、乙、丙、丁四人圍坐一正方形桌子玩桌遊。每玩一次後，便抽籤決定下一次的座位。現在甲、乙、丙、丁分別坐在東、西、南、北四個位置，問下一次遊戲時，甲、乙、丙、丁左邊所坐的人都沒變的機率為何?\_\_\_\_\_



14. 將 24 顆相同的球分裝到黃、綠、紅三個籃子，每個籃子都要有球，且黃色和綠色兩個籃子裡都裝奇數顆球，請問有幾種分裝的方法?\_\_\_\_\_
15. 甲乙兩人用丟硬幣決定勝負，每丟一次賭資 1 元(即輸的要給贏的 1 元)，約定硬幣出現正面為甲贏、出現反面為乙贏，丟完 4 次再結算。問，甲會贏 2 元的機率為何?\_\_\_\_\_
16. 某次數學考試成績，第一類組的同學 20 人平均成績 60 分，標準差為 10，第二類組的同學 30 人平均成績為 70，標準差為 5，請問若將兩筆資料合併計算，合併後的標準差為  $\sqrt{k}$ ，求  $k =$ \_\_\_\_\_
17. 有一組數據(x,y)如表列

x	1	2	3	4	5
y	3	6	8	10	a

請問怎樣的 a 值，會讓 x,y 的相關係數為 0? \_\_\_\_\_

## 二、計算證明題:每題 9 分，共 18 分

說明：每題要有計算過程或說明才予以計分。

1. 已知  $c > 0$ ，試判斷方程式  $x^3 + cx - 1 = 0$  有幾個實數解，並說明理由。
2. 若  $0 < a < 1$ ，求  $a^{2x} + 1 < a^{x+2} + a^{x-2}$  解的範圍。

# 國立台南二中 108 學年度 高二適性班 數學科 答案卷

班級：\_\_\_\_\_ 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

一、填充題：每格 6 分，共 102 分

說明：填充題每格完全答對才給分，若答案為分數或方根的形式請化到最簡。

1. $\sqrt{2}$	2. $-1 \leq x \leq 4$	3. 19	4. $4-3i$
5. $4x^2 - 6x + 2$	6. 3	7. $\frac{1}{4} \leq x \leq 2$	8. $\frac{1}{9}$
9. $\frac{k}{2k+1}$	10. 17710	11. 18	12. $\frac{1}{2}$
13. $\frac{1}{6}$	14. 66	15. $\frac{1}{4}$	16. 79
17. 1			

二、計算證明題：每題 9 分，共 18 分(說明：每題要有計算過程或說明才予以計分。)

<p>1. 已知 <math>c &gt; 0</math>，試判斷方程式 <math>x^3 + cx - 1 = 0</math> 有幾個實數解，並說明理由。</p> <p>(1 個)</p>	<p>2. 若 <math>0 &lt; a &lt; 1</math>，試求 <math>a^{2x} + 1 &lt; a^{x+2} + a^{x-2}</math> 解的範圍。</p> <p><math>(-2 &lt; x &lt; 2)</math></p>
--	---