

# 國立台南二中 107 學年度第二學期高二數學科期末考試題

## 一、 多重選擇題: 30 分

說明:每題均有一個以上的正確答案, 每題答對可得 6 分, 只錯一個選項得 4 分, 錯 2 個可得 2 分, 未答及錯 3 個以上均不給分。

1. 設拋物線的焦點為  $F(4, -2)$ , 準線為  $L: y = 3$ , 則下列何者為真?

- (A) 頂點坐標為  $(4, \frac{1}{2})$                       (B) 正焦弦長為 10  
(C) 對稱軸方程式為  $x = 4$                       (D) 頂點與正焦弦兩端點所成三角形面積為  $\frac{25}{2}$   
(E) 此拋物線方程式可表為  $(y - \frac{1}{2})^2 = -10(x - 4)$

2. 已知  $\Gamma: \left| \sqrt{(x-2)^2 + (y-2)^2} - \sqrt{(x-2)^2 + (y+8)^2} \right| = 8$  的圖形是雙曲線, 選出正確的選項:

- (A) 兩焦點的距離為 6                      (B) 有一個頂點為  $(2, 1)$                       (C) 對稱於直線  $y = -3$   
(D) 直線  $3x - 4y = 18$  為其中一漸近線                      (E)  $\Gamma$  的共軛雙曲線為  $\frac{(x-2)^2}{9} - \frac{(y+3)^2}{16} = 1$

3. 關於方程式  $\Gamma: \frac{x^2}{k+1} + \frac{y^2}{3-k} = 1$ , 其中  $k$  為實數, 請選出正確的選項:

- (A)  $\Gamma$  的圖形可能為圓形  
(B) 若  $k = -\frac{1}{2}$ , 則  $\Gamma$  的圖形為焦點在  $y$  軸上的橢圓  
(C) 若  $0 < k < 3$ , 則  $\Gamma$  的圖形為焦點在  $x$  軸上的橢圓  
(D) 若  $k > 3$ , 則  $\Gamma$  的圖形是雙曲線  
(E) 若  $\Gamma$  的圖形是雙曲線, 則其二條漸近線必不會垂直

4. 下列哪些方程式的圖形和雙曲線  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$  有交點?

(A)  $4x - 3y = 0$  (B)  $4x - 3y = 4$  (C)  $-\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$  (D)  $(x+2)^2 + y^2 = 9$  (E)  $\frac{(x-7)^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

5. 下列敘述哪些選項是正確的?

(A) 方程式  $\sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} = |y+5|$  所代表的圖形為拋物線

(B) 方程式  $\sqrt{x^2 + (y-1)^2} + \sqrt{x^2 + (y+5)^2} = 6$  所代表的圖形為橢圓

(C) 方程式  $|\sqrt{(x-5)^2 + y^2} - \sqrt{(x+5)^2 + y^2}| = 10$  所代表的圖形為兩相交直線

(D) 方程式  $4x^2 + y^2 - 16x + 10y + 41 = 0$  所代表的圖形為橢圓

(E) 方程式  $x^2 - 4y^2 + 2x + 8y - 2 = 0$  所代表的圖形為雙曲線。

## 二、填充題: 70 分 (圓錐曲線的方程式請化成標準式)

1. 設橢圓的一個頂點坐標為  $(2, 4)$ ，焦點坐標為  $(0, 1)$  且短軸平行  $x$  軸，求橢圓方程式

\_\_\_\_\_

2. 求過點  $(-1, 4)$  且與  $y^2 = -4x$  同軸且共焦點的拋物線方程式\_\_\_\_\_。(2 解)

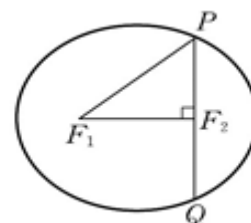
3. 設拋物線  $y = x^2 + ax + b$  的焦點為  $(3, \frac{-7}{4})$ ，求數對  $(a, b) =$  \_\_\_\_\_

4. 已知雙曲線的中心在  $(2, 1)$ ，正焦弦長為  $4$ ，焦點在直線  $x = 2$  上，且兩焦點間的距離為  $2\sqrt{15}$ ，求此雙曲線的方程式 \_\_\_\_\_。

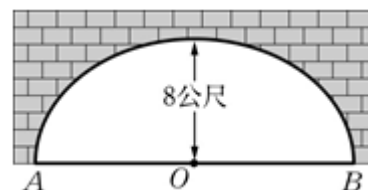
5. 已知某一雙曲線的兩漸近線為  $3x + 4y + 5 = 0$ 、 $3x - 4y - 11 = 0$ ，且一焦點坐標為  $(1, 8)$ ，則此雙曲線方程式為 \_\_\_\_\_。

6. 設  $\overline{AB}$  是拋物線的焦弦， $F$  為焦點， $V$  為頂點。已知  $\overline{AF} = 6$ ， $\overline{BF} = 3$ ，求  $\overline{VF}$  的長 \_\_\_\_\_。

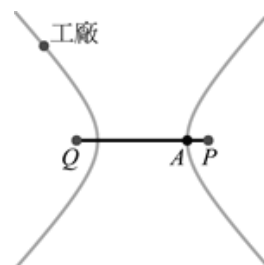
7. 右圖為一橢圓， $F_1, F_2$  為其焦點， $P, Q$  為橢圓上的兩點， $\overline{PQ} \perp \overline{F_1F_2}$  且  $\overline{PQ} = 12$ ， $\overline{F_1F_2} = 6\sqrt{3}$ ，則此橢圓的短軸長為\_\_\_\_\_。



8. 有一座隧道，其邊界設計成半橢圓形（如附圖），底邊  $\overline{AB}$  寬 20 公尺，路寬之中心線的高度為 8 公尺，則距離路寬中心線  $O$  點 6 公尺處的高度為\_\_\_\_\_公尺。



9. 如右圖，一工廠在以  $P, Q$  兩村為焦點的雙曲線上， $A$  為雙曲線的頂點，且  $P, Q$  兩村與  $A$  點的距離分別為 600 與 2640 公尺。



今工廠發生爆炸，若此時聲音每秒可傳 340 公尺，則聲響傳到兩村的時間相差多少秒？\_\_\_\_\_

10. 設雙曲線  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{20} = 1$  的兩個焦點為  $F_1, F_2$ ，已知點  $P$  在雙曲線  $\Gamma$  上，且  $\angle F_1PF_2 = 90^\circ$ ，

求  $\Delta F_1PF_2$  的面積 \_\_\_\_\_

11. 求與圓  $C: (x+4)^2 + y^2 = 4$  外切，且與直線  $L: x-2=0$  相切之所有圓的圓心所成圖形的方程式 \_\_\_\_\_

12. 求通過定點  $O(0, 0)$  且與圓  $C: x^2 + (y+4)^2 = 64$  相切之所有圓的圓心所成圖形的方程式為 \_\_\_\_\_。

13. 設拋物線  $\Gamma_1$  之頂點為  $(2, -4)$ ，準線為  $y$  軸；拋物線  $\Gamma_2$  之頂點為  $(-5, 1)$ ，準線為  $x$  軸。設點  $A$  與點  $B$  分別為  $\Gamma_1$  與  $\Gamma_2$  上之動點，且  $A$  在  $y$  軸上之垂足為點  $P$ ， $B$  在  $x$  軸上之垂足為點  $Q$ ，則  $\overline{PA} + \overline{AB} + \overline{BQ}$  之最小值為 \_\_\_\_\_。

國立台南二中 107 學年度第二學期高二數學科期末考答案卷

二年 班 座號: 姓名:

一、多重選擇題: 30 分

說明:每題均有一個以上的正確答案，每題答對可得 6 分，只錯一個選項得 4 分，錯 2 個可得 2 分，未答及錯 3 個以上均不給分。

1.	2.	3.	4.	5

二、填充題: 70 分 (圓錐曲線的方程式請化成標準式)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
得分	7	14	21	28	34	40	46	50	54	58	62	66	70

1	2	3
4	5	6
7	8	9
10	11	12
13	/	

國立台南二中 107 學年度第二學期高二數學科期末考答案卷

二年 班 座號:          姓名:

一、多重選擇題: 30 分

說明:每題均有一個以上的正確答案, 每題答對可得 6 分, 只錯一個選項得 4 分, 錯 2 個可得 2 分, 未答及錯 3 個以上均不給分。

1.	2.	3.	4.	5
ABCD	BCE	ABDE	BDE	AE

二、填充題: 70 分 (圓錐曲線的方程式請化成標準式)

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
得分	7	14	21	28	34	40	46	50	54	58	62	66	70

1	2	3
$\frac{x^2}{4} + \frac{(y-4)^2}{13} = 1$	$y^2 = -8(x-1)$ $y^2 = 8(x+3)$	$(-6, 7)$
4	5	6
$-\frac{(x-2)^2}{6} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1$	$-\frac{(x-1)^2}{64} + \frac{(y+2)^2}{36} = 1$	2
7	8	9
$6\sqrt{6}$	$6.4 = \frac{32}{5}$	6
10	11	12
20	$y^2 = -16x$	$\frac{x^2}{12} + \frac{(y+2)^2}{16} = 1$
13		
$3\sqrt{13}$		