

國立台南二中 107 學年度第二學期 第二次期中考 高一 數學科試題

一、多選題：每題 5 分，共 10 分【所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。】

1. 選出答案為 C_3^5 的選項？

- (1) 甲、乙、丙、丁、戊 5 人，將 2 人編入 A 班，3 人編入 B 班的方法數 (2) $x+y+z=5$ 非負整數解的組數 (3) 從一列有 7 節車廂的火車中，選出 3 節車廂提供餐飲服務，任 2 節餐飲車廂不相鄰的方法數 (4) $(x-y)^5$ 的展開式中， x^2y^3 項的係數 (5) 平面上 5 個點，以此 5 個點為頂點，可得的三角形個數

2. 已知三事件 A 、 B 與 C ，若 A 、 B 為互斥事件，且 $P(A)=\frac{1}{3}$ ， $P(B)=\frac{1}{4}$ ， $P(C)=\frac{1}{6}$ ，

$P(B \cap C)=\frac{1}{12}$ ， $P(C \cap A)=\frac{1}{12}$ ，請選出正確的選項？

(1) $P(A \cup B)=\frac{7}{12}$ (2) $P(A \cup B \cup C)=\frac{3}{4}$ (3) $P(A \cap C')=\frac{1}{6}$ (4) $P(B \cap C')=\frac{1}{6}$

(5) $P(A' \cap B' \cap C)=0$

二、填充題：每格 5 分，共 75 分【答案均須算出數值，若為分數則須化為最簡分數，以 $n!$ 、 n^m 、 P_m^n 、 C_m^n ... 等符號或其他的運算式等形式作為答案，該題不予計分】

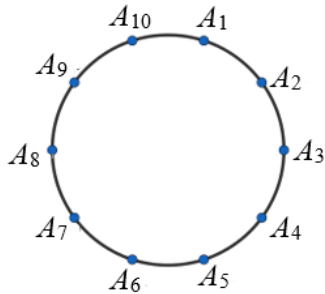
1. 若 $C_2^{99} + C_3^{99} + C_4^{100} = C_k^n$ ，則數對 $(n, k) = \underline{\hspace{2cm}}$

2. 學校舉辦班際排球賽，每個班級各組一隊參加比賽，若規定參賽的每個班級都必須和其他班級各比賽一場，賽程總計為 55 場，則共有 個班級參加班際排球賽

3. 如下圖， A_1, A_2, \dots, A_{10} 十個點將圓周均分為 10 等分，則

(1) 這 10 個點可決定_____個不同的三角形

(2) 這 10 個點可決定_____個不同的矩形



4. 學校的掃地工作分為「教室掃區、教室周圍掃區與外掃區」三種，老師將小明、小華和小美...等 10 位同學指派至不同掃地區域：教室掃區 3 人，教室周圍掃區 3 人，外掃區 4 人。若小明和小美一定要在同一掃區且小明和小華不能在同一掃區，則共有_____種不同的指派方式

5. 旅行社規劃 A、B、C、D 四種不同的畢旅行程，若全班共有 30 位同學，每人一票，採無記名投票方式，試求下列各題：

(1) 若規定每個人都一定要投票而且不可以投廢票，則各行程所得票數的分配情形共有_____種

(2) 每個人可選擇投票或不投票，但如果選擇投票就不可以投廢票，則各行程所得票數的分配情形共有_____種

6. 多項式 $f(x) = (1-x^2) + (1-x^2)^2 + (1-x^2)^3 + \dots + (1-x^2)^{10}$ 展開式中 x^6 項的係數為_____
7. 從 0, 2, 4, 6, 7, 8, 9 這七個數字中隨機任取兩數，則
- (1) 此兩數之差的絕對值為奇數的機率為_____
 - (2) 此兩數之積為偶數的機率為_____
8. 一隻螞蟻位於數線上的原點，每次隨機爬行 1 單位或 2 單位，每次的爬行方向（向左或向右）也是隨機，則螞蟻爬行四次後，恰回到原點的機率為_____
9. 已知 a, b 是 1 到 9 的自然數，每個自然數被選中的機會均等，若 a, b 可相同亦可不同，則使方程式 $ax^2 + 10x + b = 0$ 的根為有理根的機率為_____
10. 咖啡廳推出「美式咖啡、那堤、卡布奇諾、摩卡與焦糖瑪奇朵」共五種選擇。小明點了 2 杯不同的咖啡，小美也點了 2 杯不同的咖啡，則兩人所選擇的咖啡中，至少有一杯相同的機率為_____

11. 「根據記載，作為數學統計基礎的機率論可追溯到公元 17 世紀。當時的法國宮廷貴族裡盛行一種擲骰子遊戲，遊戲規則是玩家一次擲 4 顆骰子，如果每顆骰子都沒有出現 6 點，則玩家贏；若否，則莊家（相當於現在的賭場）贏。從長期來看，按照這一遊戲規則，莊家扮演贏家的角色，而玩家大部分時間是輸家，因為莊家總是要靠此維生的，當時人們也接受了這種現象。」根據上述內容，請問：每玩一局（一次擲 4 顆骰子）玩家贏的機率為_____

12. 台灣彩券所推出的大福彩於 108 年 4 月 27 日（六）晚上 8 時起停止銷售，最後一期的大福彩造成熱銷；而威力彩是台灣彩券現行的遊戲之一。大福彩與威力彩兩個遊戲的基本玩法如下：

【大福彩】大福彩是一種樂透型遊戲。您必須從 01~40 中任選七個號碼進行投注。開獎時，開獎單位將從 01~40 的號碼中隨機開出七個號碼加一個特別號，這組號碼就是該期大福彩的中獎號碼，也稱為「獎號」。您的七個選號中，與當期七個獎號完全相同者，即中「頭獎」

【威力彩】其選號分為兩區，必須從第 1 個選號區中的 01~38 的號碼中任選 6 個號碼，並從第 2 個選號區中的 01~08 的號碼中任選 1 個號碼進行投注，這六個加一個號碼即為您的投注號碼。開獎時，開獎單位將從第 1 區 01~38 的號碼中隨機開出六個號碼，再從第 2 區 01~08 的號碼中隨機開出一個號碼，這一組六個加一個號碼，就是該期威力彩的中獎號碼，也稱為「獎號」。您的投注號碼中，第 1 區六個獎號全中，且第 2 區亦對中獎號，即中「頭獎」

若大福彩中頭獎的機率為 p_1 ，威力彩中頭獎的機率為 p_2 ，求 $\frac{p_1}{p_2} = \underline{\hspace{2cm}}$

三、計算題：15 分，題目請見答案卷，並於答案卷上作答

國立台南二中 107 學年度第二學期 第二次期中考 高一 數學科答案卷

班級：一年_____班 座號：_____ 姓名：_____

一、多選題：每題 5 分，共 10 分【所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。】

1.	2.
(1)(3)	(1)(4)(5)

二、填充題：每格 5 分，共 75 分【答案均須算出數值，若為分數則須化為最簡分數】

1.	2.	3. (1)	3. (2)
(101, 4)或 (101, 97)	11	120	10
4.	5. (1)	5. (2)	6.
910	5456	46376	-330
7. (1)	7. (2)	8.	9.
$\frac{10}{21}$	$\frac{20}{21}$	$\frac{9}{64}$	$\frac{13}{81}$
10.	11.	12.	
$\frac{7}{10}$	$\frac{625}{1296}$	$\frac{77}{65}$	

三、計算題：共 15 分【請寫出演算過程，否則不予計分】

1. 已知樣本空間 $S = \{1, 2, 3, \dots, 2a+1\}$ ， $a \in N \cup \{0\}$ ，若事件 $A \subset S$ ，且 $n(A) \geq a+1$ ，滿足上述條件的事件 A 有 1024 種，求 $a = ?$ 【5%】

$$\text{解： } C_{a+1}^{2a+1} + C_{a+2}^{2a+1} + C_{a+3}^{2a+1} + \dots + C_{2a}^{2a+1} + C_{2a+1}^{2a+1}$$

$$= C_a^{2a+1} + C_{a-1}^{2a+1} + C_{a-2}^{2a+1} + \dots + C_1^{2a+1} + C_0^{2a+1} = \frac{2^{2a+1}}{2} = 2^{2a}$$

$$\therefore 2^{2a} = 1024 \quad \therefore a = 5$$

2. 台灣廟宇眾多，遇到困惑問題的信眾也常到廟宇「擲筊」，祈求神明指點迷津。擲筊使用兩個大小相同、呈立體新月形狀的「杯筊」，杯筊分有正、反面，凸起部份稱為「陰面」，平面的部份則稱為「陽面」。擲筊的結果分為以下三種：

【聖筊】：呈現一凸、一平，表示「同意」

【陰筊】：呈現凸、凸，表示「否定」

【笑筊】：呈現平、平，表示「陳述不清楚無法裁示，可再次向神明請示，重新擲筊」

(1) 若擲筊一次，試求擲出聖筊的機率為何？【3%】

解： $S = \{(\text{凸}, \text{凸}), (\text{凸}, \text{平}), (\text{平}, \text{凸}), (\text{平}, \text{平})\}$

聖筊的事件為 $\{(\text{凸}, \text{平}), (\text{平}, \text{凸})\}$

$$\therefore P = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

(2) 擲出「陰筊」時表示否定，不再繼續擲筊；擲出「笑筊」時，可重新陳述心中的困惑，再次擲筊，直到獲得「聖筊」為止。試求小明在擲筊過程中，第六次才擲出聖筊的機率為何？【3%】

解： $P = \frac{1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 2}{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4} = \frac{1}{2048}$

(3) 全台廟宇關於求籤的方式略有不同，大部分的程序為「信眾須向神明稟報基本資料與請示的問題，稟報完成後等待幾分鐘，請示神明准予抽籤，得到 1 聖筊後，則表示可以抽籤。抽出聖籤後，必須確定此聖籤為《神佛欽定》，確定方式即為擲筊---確認方式為連續擲出 3 個聖筊，若其中有 1 個陰筊或笑筊，則須重新換籤。」若小明依此程序祈求聖籤，試求第一支籤即為《神佛欽定》的聖籤的機率何？【4%】

解： $P = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{4 \times 4 \times 4 \times 4} = \frac{1}{16}$

國立台南二中 107 學年度第二學期 第二次期中考 高一 數學科答案卷

班級：一年_____班 座號：_____ 姓名：_____

一、**多選題**：每題 5 分，共 10 分【所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。】

1.	2.

二、**填充題**：每格 5 分，共 75 分【答案均須算出數值，若為分數則須化為最簡分數】

1.	2.	3. (1)	3. (2)
4.	5. (1)	5. (2)	6.
7. (1)	7. (2)	8.	9.
10.	11.	12.	

三、**計算題**：共 15 分【請寫出演算過程，否則不予計分】

<p>1. 已知樣本空間 $S = \{1, 2, 3, \dots, 2a+1\}$，$a \in N \cup \{0\}$，若事件 $A \subset S$，且 $n(A) \geq a+1$，滿足上述條件的事件 A 有 1024 種，求 $a = ?$ 【5%】</p>
--

2. 台灣廟宇眾多，遇到困惑問題的信眾也常到廟宇「擲筊」，祈求神明指點迷津。擲筊使用兩個大小相同、呈立體新月形狀的「杯筊」，杯筊分有正、反面，凸起部份稱為「陰面」，平面的部份則稱為「陽面」。擲筊的結果分為以下三種：

【聖筊】：呈現一凸、一平，表示「同意」

【陰筊】：呈現凸、凸，表示「否定」

【笑筊】：呈現平、平，表示「陳述不清楚無法裁示，可再次向神明請示，重新擲筊」

(1) 若擲筊一次，試求擲出聖筊的機率為何？【3%】

(2) 擲出「陰筊」時表示否定，不再繼續擲筊；擲出「笑筊」時，可重新陳述心中的困惑，再次擲筊，直到獲得「聖筊」為止。試求小明在擲筊過程中，第六次才擲出聖筊的機率為何？【3%】

(3) 全台廟宇關於求籤的方式略有不同，大部分的程序為「信眾須向神明稟報基本資料與請示的問題，稟報完成後等待幾分鐘，請示神明准予抽籤，得到 1 聖筊後，則表示可以抽籤。抽出聖籤後，必須確定此聖籤為《神佛欽定》，確定方式即為擲筊---確認方式為連續擲出 3 個聖筊，若其中有 1 個陰筊或笑筊，則須重新換籤。」若小明依此程序祈求聖籤，試求第一支籤即為《神佛欽定》的聖籤的機率何？【4%】