

國立台南二中 108 學年度第一學期 第一次期中考 高二 數學科試題

一、多選題：每題 5 分，共 20 分【所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。】

1. 若角度  $\theta = 10$ ，請選出正確的選項？

- (1)  $\theta = 573^\circ$  (2)  $\theta$  是第三象限角 (3)  $-\frac{1}{2} < \sin \theta < 0$  (4) 點  $P\left[4, \frac{\pi}{2} - \theta\right]$  在第三象限 (5) 點  $Q(\sin \theta + \cos \theta, \tan \theta)$  在第四象限

2. 若  $a, b$  和  $c$  分別表  $\triangle ABC$  中三內角  $\angle A, \angle B$  和  $\angle C$  的對邊長，問下列敘述何者正確？

- (1)  $\overline{AB}$  邊上的高為  $a \sin B$  (2)  $\overline{AB}$  邊上的高為  $\frac{ab}{2R}$  (3) 若  $a > b$ ，則  $\tan A > \tan B$   
(4)  $a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C$  (5) 若  $\sin^2 A > \sin^2 B + \sin^2 C$ ，則  $\triangle ABC$  是鈍角三角形

3. 在  $\triangle ABC$  中，已知  $50^\circ \leq \angle A < \angle B \leq 60^\circ$ ，請選出正確的選項？

- (1)  $\sin A < \sin B$  (2)  $\sin B < \sin C$  (3)  $\sin A + \sin B > \sin C$  (4)  $\cos A < \cos C$   
(5)  $\triangle ABC$  的最長邊為  $\overline{BC}$

4. 若  $a = 2 \sin 10^\circ \cos 10^\circ$ ， $b = \sqrt{\frac{1 + \cos 80^\circ}{2}}$ ， $c = \frac{2 \tan 35^\circ}{1 - \tan^2 35^\circ}$ ， $d = 2 \sin^2 65^\circ - 1$ ， $e = 3 \sin 55^\circ - 4 \sin^3 55^\circ$ ，請選出正確的選項？

- (1)  $d < 0$  (2)  $d < e$  (3)  $a < b < c$  (4) 這五個數值的最小值為  $a$  (5) 這五個數值的中位數為  $d$

二、填充題：每格 5 分，共 70 分【答案均須算出數值，若為分數則須有理化或化為最簡分數】

1. 若  $\theta$  為第四象限角，且  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{5}$ ，則

(1)  $\sin \theta \cos \theta = \underline{\hspace{2cm}}$                       (2)  $\sin 3\theta - \cos 3\theta = \underline{\hspace{2cm}}$

2. 在  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{AC} = 6$ ， $\angle A = 120^\circ$ ，則  $\angle A$  的內角平分線長度為  $\underline{\hspace{2cm}}$

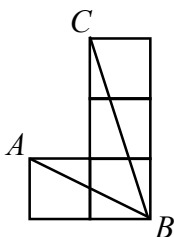
3. 設  $\cos 130^\circ = k$ ，則  $\tan(-230^\circ) = \underline{\hspace{2cm}}$ （以  $k$  表示）

4.  $\sum_{n=1}^{100} \cos\left(\frac{n\pi}{3}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$

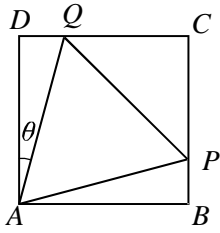
5. 化簡  $(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta)^2 + \sin^2 2\theta = \underline{\hspace{2cm}}$

6.  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $D$  在  $\overline{AB}$  上且  $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{BC} = 13$ ， $\overline{BD} = 5$ ，求  $\sin \angle ACD = \underline{\hspace{2cm}}$

7. 如下圖是由 4 個全等的正方形拼接而成，則  $\angle ABC = \underline{\hspace{2cm}}$

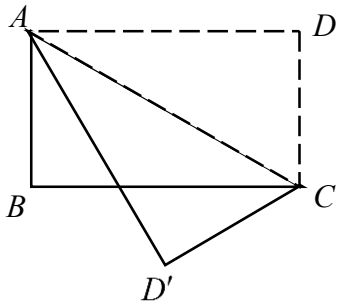


8. 如下圖，正三角形  $APQ$  內接於正方形  $ABCD$  內，且  $\overline{AB} = 1$ ，則  $\Delta APQ$  的面積為\_\_\_



9. 矩形  $ABCD$  中， $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{BC} = 4$ ，將矩形  $ABCD$  沿著對角線  $\overline{AC}$  對折後，如下圖，求

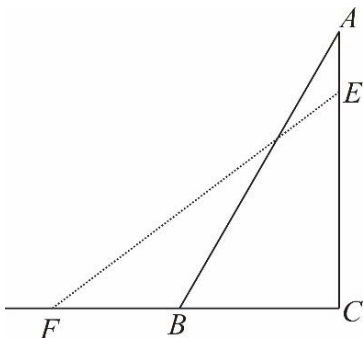
$$\overline{BD'} = \underline{\hspace{2cm}}$$



10. 如下圖，將梯子  $\overline{EF}$  靠在與地面垂直的牆  $AC$  上，測得與水平地面的夾角  $\angle EFC$  為  $45^\circ$ 。

將在地面上的底  $F$  沿著地面向牆角  $C$  推近 40 公分到點  $B$  (即  $\overline{FB} = 40$  公分)，此時  $E$

點往上升高 20 公分到點  $A$ ，梯子  $\overline{AB}$  與地面的夾角  $\angle ABC$  之正切函數值\_\_\_



11. 某人於山麓測得山頂的仰角為  $45^\circ$ ，由此山麓循  $30^\circ$  斜坡上行 200 公尺，再測得山頂的仰角為  $60^\circ$ 。求山的高度為\_\_\_公尺

12. 某海島上有一觀察哨  $A$ ，若以觀察哨  $A$  為極點，正東方為極軸。觀察哨  $A$  在上午 9 時測得一輪船在海島遠方的  $B$  處，10 時 20 分測得此輪船在  $C\left[8, \frac{2\pi}{3}\right]$ ，10 時 40 分輪船到達  $D[5, \pi]$ ，若已知輪船始終是等速直線前進，則上午 9 時輪船與觀察哨  $A$  的距離為\_\_

13. 若  $\sin \theta = 0.7482$ ，且  $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ，利用內插法及所附三角函數值表，求角度  $\theta$  的近似值為\_\_

角度	Sin	Cos	Tan		
40°00'	.6428	.7660	.8391	1.192	50°00'
10'	.6450	.7642	.8441	1.185	50'
20'	.6472	.7623	.8491	1.178	40'
30'	.6494	.7604	.8541	1.171	30'
40'	.6517	.7585	.8591	1.164	20'
50'	.6539	.7566	.8642	1.157	10'
41°00'	.6561	.7547	.8693	1.150	49°00'
10'	.6583	.7528	.8744	1.144	50'
20'	.6604	.7509	.8796	1.137	40'
30'	.6626	.7490	.8847	1.130	30'
40'	.6648	.7470	.8899	1.124	20'
50'	.6670	.7451	.8952	1.117	10'
42°00'	.6691	.7431	.9004	1.111	48°00'
	Cos	Sin		Tan	角度

三、計算題：10 分，請於答案卷上作答

在  $\triangle ABC$  中，已知  $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle C = 45^\circ$ ，且知  $\triangle ABC$  之面積為  $3 + \sqrt{3}$ ，求下列各題：

(1)  $\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = ?$  (2%)

(2)  $\triangle ABC$  的最短邊長為何？(5%)

(3)  $\triangle ABC$  的外接圓半徑為何？(3%)

國立台南二中 108 學年度第一學期 第一次期中考 高二 數學科答案卷

班級：二年\_\_\_\_\_班 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

一、**多選題**：每題 5 分，共 20 分【所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。】

1.	2.	3.	4.
(2)(4)	(1)(2)(4)(5)	(1)(2)(3)	(3)(5)

二、**填充題**：每格 5 分，共 70 分【答案均須算出數值，若為分數則須化為最簡分數】

1. (1)	1. (2)	2.	3.
$-\frac{12}{25}$	$-\frac{73}{125}$	$\frac{15}{4}$	$\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$
4.	5.	6.	7.
$-\frac{3}{2}$	1	$\frac{119}{169}$	$45^\circ$
8.	9.	10.	11.
$2\sqrt{3}-3$	$\frac{7}{5}$	7	$100(\sqrt{3}+1)$
12.	13.		
$20\sqrt{3}$	$131^\circ34'$		

三、計算題：共 10 分【請寫出演算過程，否則不予計分】

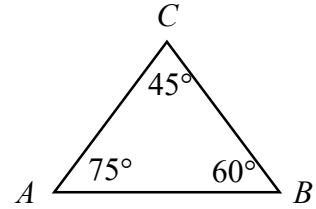
在  $\triangle ABC$  中，已知  $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle C = 45^\circ$ ，且知  $\triangle ABC$  之面積為  $3 + \sqrt{3}$ ，求下列各題：

(1)  $\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = ?$  (2%)

解：由正弦定理  $\frac{\overline{AB}}{\sin 45^\circ} = \frac{\overline{AC}}{\sin 60^\circ}$

$$\therefore \frac{\overline{AB}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\overline{AC}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\therefore \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$



答： $\frac{\sqrt{6}}{3}$

(2)  $\triangle ABC$  的最短邊長為何？ (5%)

解：設  $\overline{AB} = \sqrt{2}t$ ， $\overline{AC} = \sqrt{3}t$ ， $t > 0$

$$\text{則 } \frac{1}{2} \times \sqrt{2}t \times \sqrt{3}t \times \sin 75^\circ = 3 + \sqrt{3}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times \sqrt{2}t \times \sqrt{3}t \times \left( \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} \right) = 3 + \sqrt{3}$$

$$\therefore t^2 = 4 \quad \therefore t = \pm 2 \text{ (負不合)}$$

$$\therefore \text{最短邊長為 } \overline{AB} = \sqrt{2}t = 2\sqrt{2}$$

答： $2\sqrt{2}$

(3)  $\triangle ABC$  的外接圓半徑為何？ (3%)

解：利用正弦定理  $\frac{\overline{AB}}{\sin 45^\circ} = 2R$

$$\therefore \frac{2\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2R$$

$$\therefore R = 2$$

答：2

國立台南二中 108 學年度第一學期 第一次期中考 高二 數學科答案卷

班級：二年\_\_\_\_\_班 座號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

一、**多選題**：每題 5 分，共 20 分【所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。】

1.	2.	3.	4.

二、**填充題**：每格 5 分，共 70 分【答案均須算出數值，若為分數則須化為最簡分數】

1. (1)	1. (2)	2.	3.
4.	5.	6.	7.
8.	9.	10.	11.
12.	13.		

三、計算題：共 10 分【請寫出演算過程，否則不予計分】

在  $\triangle ABC$  中，已知  $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle C = 45^\circ$ ，且知  $\triangle ABC$  之面積為  $3 + \sqrt{3}$ ，求下列各題：

(1)  $\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = ?$  (2%)

(2)  $\triangle ABC$  的最短邊長為何？ (5%)

(3)  $\triangle ABC$  的外接圓半徑為何？ (3%)