

國立臺南二中 108 學年度第一學期第二次期中考 三年級自然組 數學科 試題

一、多重選擇題：(每題 5 分，共 20 分)

() 1. 在坐標平面上，廣義角 θ 的頂點為原點 O ，始邊為 x 軸的正向，且滿足 $\sin\theta = -\frac{3}{\sqrt{13}}$ 。

若 θ 的終邊上有一點 P ，其 x 坐標為 -6 ，則下列哪些選項是正確的？

(A) θ 為第三象限角 (B) $\overline{OP} = \sqrt{13}$ (C) $\tan\theta = \frac{3}{2}$ (D) $\cos 2\theta > 0$ (E) $\sin\frac{\theta}{2} > 0$.

() 2. 下列選項中，哪些三角函數值是無意義的？

(A) $\cos\frac{\pi}{2}$ (B) $\tan\frac{\pi}{2}$ (C) $\cot\frac{\pi}{2}$ (D) $\sec\frac{\pi}{2}$ (E) $\csc\frac{\pi}{2}$.

() 3. 下列各方程式中，哪一個可以找到實數 x 使之成立？

(A) $\sin x - \cos x = 2$ (B) $\sin x = 100\cos x$ (C) $\sin x + \cos x = \frac{1}{100}$ (D) $\sin x = \tan x$

(E) $\sin x = \frac{x}{3}$.

() 4. 下列哪些選項中的敘述是正確的？

(A) 若 α, β 為任意實數，則 $\sin\alpha + \cos\beta$ 的最大值為 $\sqrt{2}$

(B) 若 α 為任意實數，則 $\sin\alpha + \cos\alpha$ 的最大值為 $\sqrt{2}$

(C) 將 $y = \sin x + \cos x$ 的圖形經過適當的平移之後，能與 $y = \sin x$ 的圖形重合

(D) $y = \sin x \cdot \cos x$ 的圖形週期為 π

(E) 若 $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ ，則 $y = \cos x + \frac{4}{\cos x}$ 的最小值為 4 .

二、填充題：(70 分)

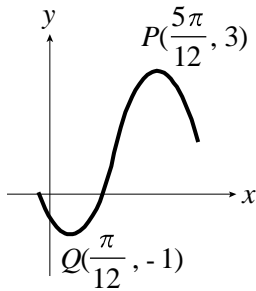
1. 計算 $\cot\frac{\pi}{6} + \sec\frac{\pi}{4} + \tan\frac{5\pi}{3} =$ _____ .

2. 已知 θ 為第三象限角，且 $\tan\theta + \cot\theta = \frac{5}{2}$ ，求 $\sin\theta + \cos\theta =$ _____ .

3. $a = \tan 1$ ， $b = \sin 3$ ， $c = \cos \pi$ ， $d = \cos \pi^\circ$ 。請比較 a, b, c, d 的大小關係(由大到小) _____ .

4. 要用一條長為 8 公尺的繩子圍出扇形，所能圍出的最大面積為_____ .

5. 設 $2\tan\theta + a\sec\theta = 2$ ， $2\tan\theta - b\sec\theta = -2$ ，求 $a^2 + b^2 =$ _____ .



6. 已知所附圖形為函數 $f(x) = a \sin(bx - \frac{3\pi}{4}) + 1$ 的部分圖形(其中 $a > 0, b > 0$, P 為最高點、 Q 為最低點)。試求數對 $(a, b) =$ _____。

7. 設 $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2x$

(1) 將 $f(x)$ 表示為 $a \sin(2x + c)$ 的形式(其中 $a > 0, 0 < c < 2\pi$) _____。

(2) $y = f(x)$ 的圖形可由 $y = \sin 2x$ 的圖形向左平移 _____ 單位得到。

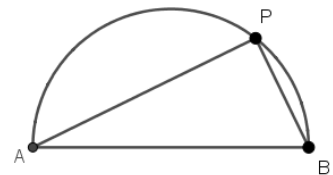
8. 函數 $y = 3 \cos x - \sqrt{3} \sin x$, $-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{6}$ 時, y 之最小值為 _____。

9. 設 $0 \leq x \leq 2\pi$, 則 $f(x) = \sin^2 x + \sin x \cos x + 2 \cos^2 x$ 最小值為 _____。

10. P 點在以 \overline{AB} 為直徑的半圓上, 且 $\overline{AB} = 2$ 。

(1) 令 $\angle PAB = \theta$, 則 $\overline{AP} =$ _____。(以 $\cos \theta$ 或 $\sin \theta$ 表之)

(2) 求 $6\overline{AP} + 9\overline{BP}$ 的最大值為 _____。



11. 已知兩點 $A(2, 4), B(4, 0)$, 今在圓 $C: x^2 + y^2 = 1$ 上取一點 P , 使 $\square ABP$ 有最小面積, 求此面積為 _____。

12. 已知直線 $x = \frac{2\pi}{3}$ 為 $y = \sin x + a \cos x$ 圖形的一條對稱軸, 求 $a =$ _____。

三、計算作圖題：(10分)

1.(1) 請在 $0 \leq x \leq 2\pi$ 的範圍內, 畫出 $y = \sin x + 2|\sin x|$ 的圖形。(6分)

(2) 若在 $0 \leq x \leq 2\pi$ 的範圍內, 直線 $y = k$ 與 $y = \sin x + 2|\sin x|$ 的圖形恰有兩個相異交點, 求 k 的範圍。(4分)

[試題結束]

國立臺南二中 108 學年度第一學期第二次期中考 三年級自然組 數學科 試題

答案卷 班級：_____ 座號：____ 姓名：_____

一、多重選擇題(每題 5 分，共 20 分)(所有選項均答對者，得 5 分；錯一個選項得 3 分；錯兩個選項得 1 分；錯三個以上或未作答者，該題以零分計。)

1.	2.	3.	4.

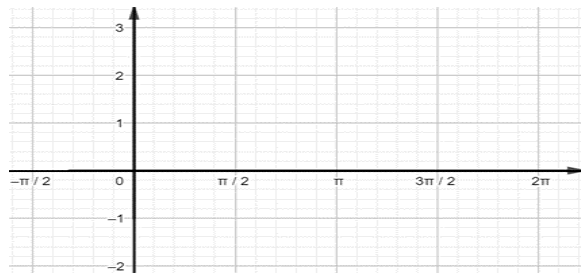
二、填充題:

答對 格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
得分	7	14	21	27	33	38	43	48	52	56	60	64	67	70

1.	2.	3.	4.
5.	6.	7.(1)	7.(2)
8.	9.	10.(1)	10.(2)
11.	12.		

三、計算作圖題：

1.(1)請在 $0 \leq x \leq 2\pi$ 的範圍內，畫出 $y = \sin x + 2|\sin x|$ 的圖形。(6 分)



(2)若在 $0 \leq x \leq 2\pi$ 的範圍內，直線 $y = k$ 與 $y = \sin x + 2|\sin x|$ 的圖形恰有兩個相異交點，求 k 的範圍。(4 分)

國立臺南二中 108 學年度第一學期第二次期中考 三年級自然組 數學科 試題

答案卷 班級：_____ 座號：____ 姓名：_____

四、多重選擇題(每題 5 分，共 20 分)(所有選項均答對者，得 5 分；錯一個選項得 3 分；錯兩個選項得 1 分；錯三個以上或未作答者，該題以零分計。)

1.	2.	3.	4.
AC	BD	BCDE	BD

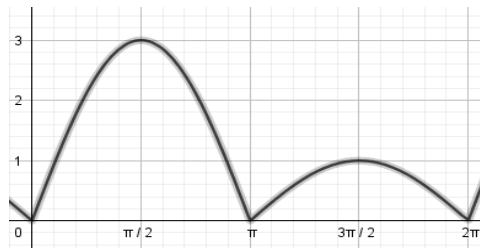
五、填充題：

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
得分	7	14	21	27	33	38	43	48	52	56	60	64	67	70

1.	2.	3.	4.
$\sqrt{2}$	$-\frac{3}{5}\sqrt{5}$	$a > d > b > c$	4
5.	6.	7.(1)	7.(2)
8	(2,3)	$1 \cdot \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ (寫成 $\sin(2x + \frac{\pi}{3})$ 也行)	$\frac{\pi}{6}$
8.	9.	10.(1)	10.(2)
$\sqrt{3}$	$\frac{3-\sqrt{2}}{2}$	$2\cos\theta$	$6\sqrt{13}$
11.	12.		
$8-\sqrt{5}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$		

六、計算作圖題：

1.(1)請在 $0 \leq x \leq 2\pi$ 的範圍內，畫出 $y = \sin x + 2|\sin x|$ 的圖形。(6 分)



(2)若在 $0 \leq x \leq 2\pi$ 的範圍內，直線 $y = k$ 與 $y = \sin x + 2|\sin x|$ 的圖形恰有兩個相異交點，求 k 的範圍。(4 分) 答： $1 < k < 3$