

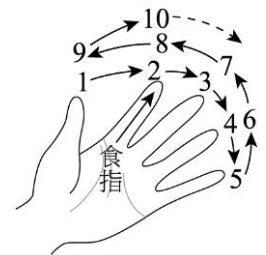
國立臺南二中 109 學年度高一適性班考試數學科試題

一、填充題：(84%)每題 4 分

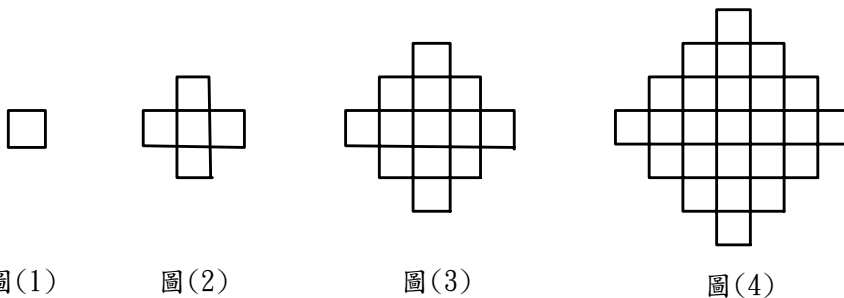
說明：請將答案依題號順序寫在答案卷上，否則不給分。

1. 已知將五個質數相乘後得到的積是一個六位數，且這六個阿拉伯數字皆相同，求此五個質數的總和？ _____
2. 若 $a = 3.8^{10} - 3.8^9$ ， $b = 3.8^{11} - 3.8^{10}$ ， $c = \frac{3.8^{11} - 3.8^9}{2}$ ，試比較 a 、 b 、 c 之大小關係？ _____
3. 已知多項式 $2x^4 - 5x^3 + 2x^2 - 35x - 84$ 可因式分解成 $(x^2 + a)(x + b)(2x + 3)$ ，其中 a 、 b 均為整數，則 $a - b =$ _____。
4. 設 a_1, a_2, \dots, a_{100} 為等差數列，若 $(a_{11} + a_{90})(a_{26} + a_{75}) = 5(a_{33} + a_{68}) + 36$ ，且 $a_{45} + a_{56} > 0$ ，則此數列的總和為 _____。

5. 伸出你的左手，從大拇指開始，如圖所示那樣數數字：1, 2, 3, ……，設 a_n 表第 n 次指到食指所數到之數字(例如： $a_1 = 2$ ， $a_2 = 8$ ， $a_3 = 10$)，則 $a_{49} =$ _____。

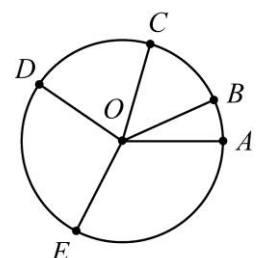


6. 如圖所示：圖(1)、圖(2)、圖(3)、圖(4)分別包含 1、5、13、25 個小正方形，若依此規則排列下去，試問在圖(100)中有多少個小正方形？ _____



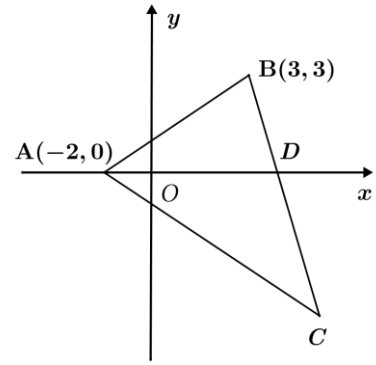
7. 若公園中有 9 位小朋友，其年齡分別為 9、6、3、3、4、9、 x 、 y 、 z ，已知眾數為 9，中位數為 8，算術平均數為 7，則 $xyz =$ _____。

8. 如右圖，圓 O 上依序有 A 、 B 、 C 、 D 、 E 五點，且扇形 AOB 、 BOC 、 COD 、 DOE 、 EOA 的面積恰成為一等差數列。若 $\angle AOB = 24^\circ$ ，則 $\angle DOE =$ _____ 度。



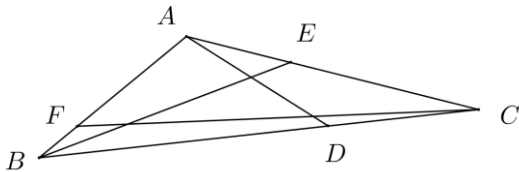
9. 因式分解 $x^2y^2 - x^2 - y^2 - 6xy + 4$ 。

10. 如圖，在直角坐標系中， $A(-2, 0)$ 、 $B(3, 3)$ ， D 點為 \overline{BC} 與 x 軸的交點，若 \overline{AD} 平分 $\angle BAC$ ，且直線 AC 之方程式為 $3x + my + k = 0$ (其中 m, k 為實數)，則 $m + k =$ _____。



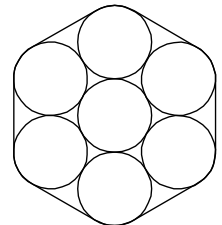
11. 花媽在某家時尚服飾店看上一件洋裝，於是使出她的殺價本領，要求老闆依定價打七折，老闆說：「這樣我會賠 200 元，即使依定價打八五折我也才賺 25 元而已。」若老闆沒有說謊，則這件洋裝的成本為多少元？_____

12. 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} : \overline{AC} : \overline{BC} = 4 : 6 : 9$ ，若 $\overline{AE} = 2$ ， $\overline{BF} = 1$ ， $\overline{CD} = 3$ ，則 $\triangle ACD$ 面積： $\triangle BAE$ 面積： $\triangle CBF$ 面積 = _____。

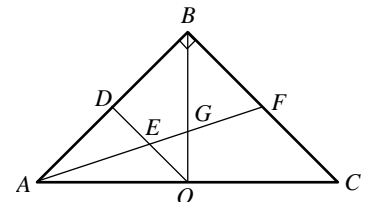


13. 在坐標平面上，設二次函數 $y = 3(x+2)^2 + 1$ 的圖形為 G_1 ， G_1 對稱於 x 軸的圖形為 G_2 ， G_2 對稱於 y 軸的圖形為 G_3 ，若圖形 G_3 所對應的二次函數為 $y = ax^2 + bx + c$ ，則實數序對 $(a, b, c) =$ _____。

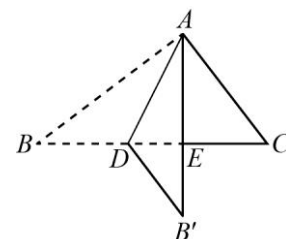
14. 用一條繩子緊緊圈住 7 個相等大小的圓，如右圖。若圓的半徑是 2 公分，則圈住這 7 個等圓的繩長是多少公分？_____



15. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{BC}$ ， $\overline{AD} = \overline{BD}$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ 。若 O 、 G 分別為 $\triangle ABC$ 的外心和重心，且 $\overline{BC} = 2$ ， \overline{DO} 交 \overline{AG} 於 E ，則 $\overline{EG} =$ _____。

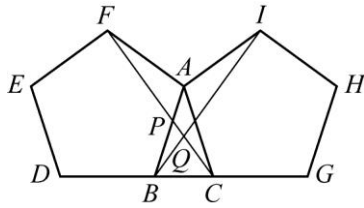


16. 右圖 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 40$ ， $\overline{BC} = 50$ ， $\overline{AC} = 30$ ，在 \overline{BC} 上取一點 D ，將 $\triangle ABD$ 沿著 \overline{AD} 對摺，使得 B 與 B' 重合， $\overline{AB'}$ 與 \overline{CD} 交於 E 點，若 $\overline{AC} \parallel \overline{DB'}$ ，則 $\overline{BD} =$ _____。

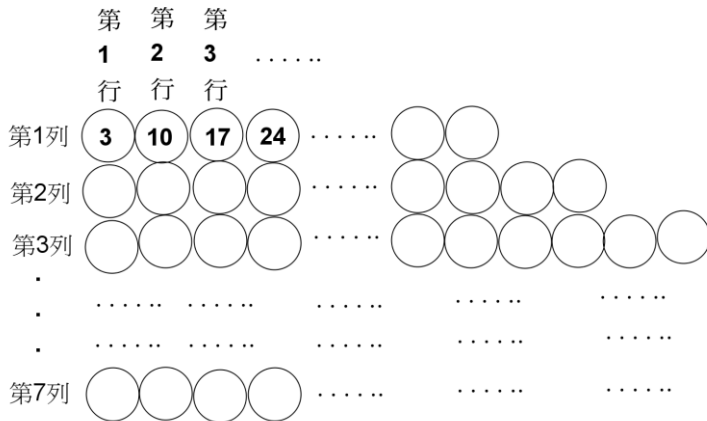


< ※背面還有試題，請翻頁繼續作答 >

17. 如下圖，在 $\triangle ABC$ 的兩邊 \overline{AB} 與 \overline{AC} ，往外側作正五邊形 $ABDEF$ 及正五邊形 $ACGHI$ ，則 $\angle BQP =$ _____度。

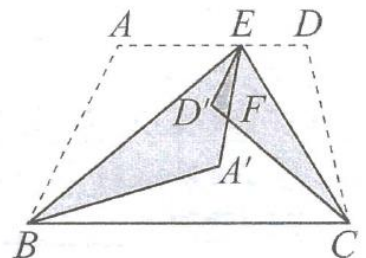


18. 如下圖所示，老師將同學排成 7 列，其中第 2 列的人數比第 1 列多 2 人，往後每一列的人數都比它的前一列多 2 人。接著老師分別將 210 顆標上成等差數列：3、10、17、24、... 的號碼球依序發給同學，由左而右先發完第 1 列的同學，再發第 2 列的同學，...，依此類推。已知老師發到第 7 列的最後一位同學剛好將 210 顆的號碼球發完，請問排在第 6 列第 17 行的同學拿到的號碼球是幾號？_____

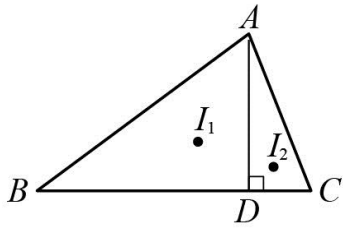


19. 一箱中裝有大小都相同的 20 個號碼球，編號由 1 號到 20 號，今從箱中任意抽取一球，且每球被抽中的機會均等，並將所取到的號碼用來作為二次函數 $y = x^2 + 3x + k + 1$ 中的 k 值。已知直線 L 的方程式為 $x + y - 5 = 0$ ，若小華從箱中任意抽取一球，則結果會使二次函數的圖形與直線 L 不相交的機率為_____。

20. 如圖，梯形 $ABCD$ ， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，在 \overline{AD} 上取一點 E ，將 A 點沿著 \overline{BE} 對摺，使得 A 與 A' 重合；再將 D 點沿著 \overline{CE} 對摺，使得 D 與 D' 重合， $\overline{CD'}$ 與 $\overline{A'E}$ 交於 F 點，且 F 在梯形 $ABCD$ 的內部。若 $\angle A'ED' = 16^\circ$ ， $\angle A'FC = 60^\circ$ ， $\angle BCF = 40^\circ$ ，則 $\angle AEB =$ _____度。



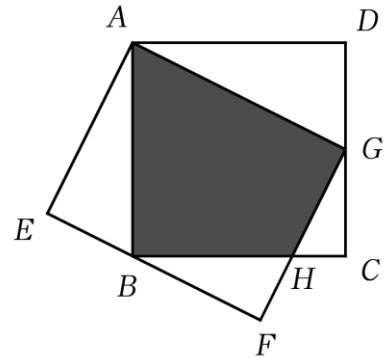
21. 如下圖，已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ ， I_1 、 I_2 分別為 $\triangle ABD$ 與 $\triangle ACD$ 的內心。若 $\overline{AD} = 12$ ， $\overline{BD} = 16$ ， $\overline{CD} = 5$ ，則 $\overline{I_1 I_2} =$ _____。



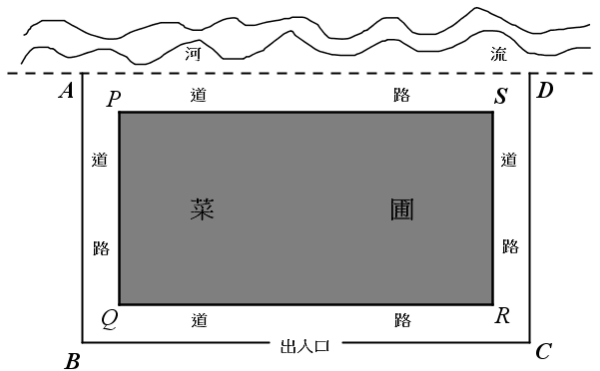
二、計算題：(16%)每題 8 分

說明：請完整寫出解題之計算過程，否則不給分。

1. 如圖所示：正方形 $ABCD$ 與長方形 $AEFG$ 有部分的區域重疊，其中 G 為 \overline{CD} 的中點， B 點在 \overline{EF} 上， \overline{BC} 與 \overline{FG} 相交於 H 點，求 $\frac{\triangle ABE$ 的面積}{四邊形 $ABHG$ 的面積}之值。



2. 王老先生計畫在河邊的土地上開闢一個長方形菜圃 $PQRS$ ，如下圖所示，他想利用長度 100 公尺的鐵絲網，臨河圍成一個長方形區域 $ABCD$ ，靠河的一邊 \overline{AD} 不圍鐵絲網，只圍 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{CD} 三邊，且區域內四周留有寬 1 公尺的道路，並在邊 \overline{BC} 的正中央留著寬 2 公尺的出入口，其餘圍為菜圃 $PQRS$ ，試問菜圃 $PQRS$ 的最大面積為多少平方公尺？



o¥µ 'Í 109 â K/κ~ d5B§âý@ " "

³ é ú

d- ú _____ æ&ú _____ É Ü ú _____

‹ Õ \$: 'ú (84%) ' 4 é
â4úN ' @ " i ' & é Ç j ç @ " " ç ô • p Ì O é ö

1.	2.	3.	4.	5.	6.
7.	8.	9.	10.	11.	12.
13.	14.	15.	16.	17.	18.
19.	20.	21.			

' Õ @ % ' ú (16%) ' 8 é

â4úN ' p j @ > ' Ð @ % x 3 ô • p Ì O é ö

1.) * & ¾ 1 è Hâp É 5a / ABCD Q̄ e 5a / A EFG 6 ± • ! @ F , " è † au E 2 p » ! Õ G @ C D F , Õ n t p »
B n t & E F ² p » B C Q̄ F G F L 5 d H n t p » ; ê $\frac{A B E F , g l ö}{& f 2 / A B H G F , g l ö}$ ó ä ä

2. C 3 O © ð D Ç Y ° E & Ð < [2 F , & Ç & Ø ² e 3 e Š " ³ e 5 a / S , & P Q R S p ») * ¾ 1 è Hâp » ~ 0 ! Ñ D Ð e . N 0 0 ! + â F , c Ý M M Z p » Q • < [& µ
1 , " ³ e 5 a / " è † ABCD p » g < [F , " 2 A D µ & µ c Ý M M Z p » # ' & A B ã B C ã C D ± 2 p » ¼ " è † ! & f \$ E 6 ± + " 1 ! + â F ,
_ û] - p » Í & Ð ² B C F , ; Õ (Ö E S ÿ + " 2 ! + â F , ! ç ! # p » ! h À e Š @ b S , & « P Q R S p » Z \$ ÷ S , & « P Q R S F , 6 " (ï g l ö @ b (Â + 1 . 5 a !
+ â p Í

班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、 填充題：(84%)每題 4 分

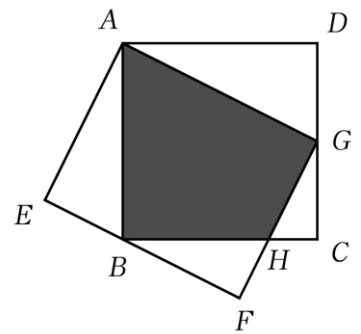
說明：請將答案依題號順序寫在答案卷上，否則不給分。

1.	2.	3.	4.	5.	6.
71	$b > c > a$	11	450	194	19801
7.	8.	9.	10.	11.	12.
864	96	$(xy - x - y - 2) \times (xy + x + y - 2)$	11	1250	4:4:3
13.	14.	15.	16.	17.	18.
$(-3, 12, -13)$	$24 + 4\pi$	$\frac{\sqrt{5}}{6}$	20	108	1095
19.	20.	21.			
$\frac{3}{5}$	40	$2\sqrt{10}$			

二、 計算題：(16%)每題 8 分

說明：請完整寫出解題之計算過程，否則不給分。

1. 如圖所示：正方形 $ABCD$ 與長方形 $AEFG$ 有部分的區域重疊，其中 G 為 \overline{CD} 的中點， B 點在 \overline{EF} 上， \overline{BC} 與 \overline{FG} 相交於 H 點，求 $\frac{\Delta ABE \text{ 的面積}}{\text{四邊形 } ABHG \text{ 的面積}}$ 之值。 $\frac{16}{55}$



< 解：>

設正方形 $ABCD$ 的邊長為 a

$$\because \angle EAB + \angle BAG = 90^\circ = \angle DAG + \angle BAG \quad \therefore \angle EAB = \angle DAG$$

$$\text{又 } \angle E = \angle D = 90^\circ \quad \therefore \Delta ABE \sim \Delta AGD \text{ (AA 相似)}$$

$$\frac{\Delta ABE \text{ 面積}}{\Delta AGD \text{ 面積}} = \frac{\overline{AB}^2}{\overline{AG}^2} = \frac{a^2}{a^2 + (\frac{1}{2}a)^2} = \frac{4}{5} \quad \Rightarrow \Delta ABE \text{ 面積} = \frac{4}{5} \Delta AGD \text{ 面積} = \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} \times a \times \frac{1}{2} a = \frac{1}{5} a^2$$

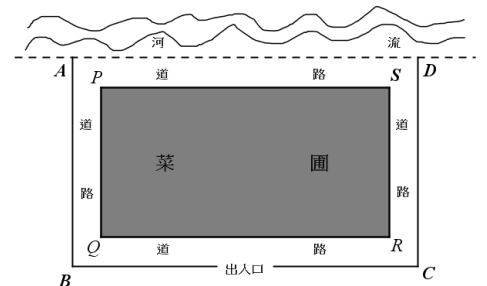
$$\because \angle CGH + \angle AGD = 90^\circ = \angle DAG + \angle AGD \quad \therefore \angle CGH = \angle DAG$$

$$\text{又 } \angle C = \angle D = 90^\circ \quad \therefore \Delta CGH \sim \Delta DAG \text{ (AA 相似)}$$

$$\frac{\Delta CGH \text{ 面積}}{\Delta DAG \text{ 面積}} = \frac{\overline{CG}^2}{\overline{DA}^2} = \frac{(\frac{1}{2}a)^2}{a^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \Delta CGH \text{ 面積} = \frac{1}{4} \Delta DAG \text{ 面積} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times a \times \frac{1}{2} a = \frac{1}{16} a^2$$

$$\frac{\Delta ABE \text{ 的面積}}{\text{四邊形 } ABHG \text{ 的面積}} = \frac{\frac{1}{5} a^2}{a^2 - \frac{1}{2} a \cdot \frac{1}{2} a - \frac{1}{16} a^2} = \frac{\frac{1}{5} a^2}{\frac{11}{16} a^2} = \frac{16}{55}$$

2. 王老先生計畫在河邊的土地上開闢一個長方形菜圃 $PQRS$ ，如下圖所示，他想利用長度 100 公尺的鐵絲網，臨河圍成一個長方形區域 $ABCD$ ，靠河的一邊 \overline{AD} 不圍鐵絲網，只圍 \overline{AB} 、 \overline{BC} 、 \overline{CD} 三邊，且區域內四周留有寬 1 公尺的道路，並在邊 \overline{BC} 的正中央留著寬 2 公尺的出入口，其餘闢為菜圃 $PQRS$ ，試問菜圃 $PQRS$ 的最大面積為多少平方公尺？ 1152



< 解：>

設 $\overline{AB} = \overline{CD} = x$ 公尺，則 $\overline{BC} = (102 - 2x)$ 公尺， $\overline{PQ} = (x - 2)$ 公尺， $\overline{QR} = (100 - 2x)$ 公尺，其中 $2 < x < 50$

$$PQRS \text{ 面積} = (x - 2)(100 - 2x) = -2x^2 + 104x - 200 = -2(x - 26)^2 + 1152 \text{ 平方公尺}$$

故當 $x = 26$ 時， $PQRS$ 面積 = 1152 平方公尺最大。