

國立台南二中 108 學年度第二學期 第二次期中考 高二社會組 數學科試題

一、多選題：每題 5 分，共 20 分【所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。】

1. 下列選項都是「增廣矩陣」，請選出恰有一組解的選項？

$$(1) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(2) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(3) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(4) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(5) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2. 已知聯立方程式(*) $\begin{cases} xy + yz + zx = 6xyz \\ 2xy + yz - zx = 5xyz \\ xy + yz - zx = 4xyz \end{cases}$ ，請選出正確的選項？

(1) 方程式(*)與方程式 $\begin{cases} \frac{1}{z} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 6 \\ \frac{2}{z} + \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 5 \end{cases}$ 有相同的解

(2) $x = \frac{1}{4}$, $y = 1$, $z = 1$ 為方程式(*)的解

(3) 方程式(*)恰有一組解

(4) 方程式(*)除了 $x = \frac{1}{4}$, $y = 1$, $z = 1$ 以外，還有其他解

(5) 方程式(*)有無限多組解

3. 下列關於「矩陣」的敘述，請選出正確的選項？

(1) 若 $A = B$ ，則 A 和 B 是同階矩陣

(2) 任意一個矩陣 A 與其同階的零矩陣 O ，則 $AO = O$

(3) 當 AB 和 BA 都是方陣時，則 $AB = BA$

(4) 當矩陣 A 與 B 都不是零矩陣時，其乘積 AB 卻有可能是零矩陣

(5) 若 A 為 2 階方陣且 $A^3 = A$ ，則 $A^{10} = A^{100}$

4. 設 A 、 B 都是 2 階方陣， I 為 2 階單位方陣，請選出正確的選項？

- (1) 若 $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ ，則 $AB = BA$ (2) 若 $A^2 = I$ ，則 $A = I$ 或 $A = -I$
(3) r 為任意實數， $\det(rA) = r \times \det(A)$ (4) $\det(AB) = \det(A) \times \det(B)$
(5) 若 $\det(A) = 0$ 且 $AB = AC$ ，則 $B = C$

5. 下列關於「轉移矩陣」的敘述，請選出正確的選項？

- (1) 轉移矩陣必為方陣 (2) 每個轉移矩陣都有反方陣

- (3) 轉移矩陣中的每一個元都是小於或等於 1 的實數 (4) $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ 是轉移矩陣

- (5) $\begin{bmatrix} \log_6 2 & \log_4 2 \\ \log_6 3 & \log_4 2 \end{bmatrix}$ 是轉移矩陣

二、填充題：每格 5 分，共 75 分

1. 已知二次函數的圖形通過 $(-1, 11)$, $(1, 3)$, $(2, 5)$ 三點，則此二次函數的頂點坐標為_____

2. 聯立方程式 $\begin{cases} x+2y+3z=1 \\ x+y-z=2 \\ 3x+5y+az=a-1 \end{cases}$ 有無限多組解，則 $a=$ _____

3. 設 $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 5 \\ 5 & 7 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & -10 & 1 \\ -2 & -1 & -6 \end{bmatrix}$ ，且矩陣 X 滿足 $2(X+A) = 5X+B$ ，則 $X=$ _____

4. 已知二階方陣 A 滿足 $A \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ， $A \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ，則 $A=$ _____

5. 已知方程式 $\begin{cases} ax+by=1 \\ cx+dy=0 \end{cases}$ 的解為 $\begin{cases} x=3 \\ y=7 \end{cases}$; 方程式 $\begin{cases} az+bu=0 \\ cz+du=1 \end{cases}$ 的解為 $\begin{cases} z=2 \\ u=5 \end{cases}$ 。若矩陣 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, 則 A 的反方陣 $A^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$

6. 已知 $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -7 \end{bmatrix}$, $(AB)^{-1} = \begin{bmatrix} 6 & -10 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, 則 $B^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$

7. 若 a, b, c 三實數為等差數列且 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix}$ 沒有反方陣, 則此等差數列的公差為 $\underline{\hspace{2cm}}$

8. 已知轉移矩陣 $A = \begin{bmatrix} a & \frac{1}{2} \\ b & c \end{bmatrix}$ 滿足 $A^2 = \begin{bmatrix} \frac{4}{9} & \frac{5}{12} \\ \frac{5}{9} & \frac{7}{12} \end{bmatrix}$, 則實數 $(a, b, c) = \underline{\hspace{2cm}}$

9. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, 則 (1) $A^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ (2) $(ABA)^{10} = \underline{\hspace{2cm}}$

10. 密室逃脫的最後一道門上有一個四位數的密碼鎖, 而最後這個關卡的牆上, 出現了矩陣乘法的運算式, 如下:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \square\square & \square\square & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 71 & 21 & 71 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

空格處依左到右的順序, 即為此密碼, 則此四位數密碼為 $\underline{\hspace{2cm}}$

11. 設 $A = \begin{bmatrix} m & n \\ p & q \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ， I_2 為二階單位方陣，且 $AB = I_2 = BA$ ，則方程式 $\begin{cases} mx + ny = 2 \\ px + qy = -1 \end{cases}$ 的解 $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$

12. 因應肺炎疫情，為避免疫情擴散，全球許多公司實行居家辦公。若某公司內部分為 A、B、C 三個部門，共有 24 位員工，且每位員工僅隸屬於一個部門。當 B 部門員工居家辦公時，A 部門的員工每 2 人共用一間辦公室，C 部門的員工也是每 2 人共用一間辦公室；當 C 部門員工居家辦公時，A 部門的員工每 3 人共用一間辦公室，B 部門的員工也是每 3 人共用一間辦公室；當 A、C 部門員工居家辦公時，B 部門的員工每 2 人共用一間辦公室；此時所需的辦公室數量皆相同。求此公司的 B 部門有 位員工。

13. 小明從家裡走路到學校的路線只有 2 種選擇：走公園路經過台南公園到學校，或走北門路經過台南公園到學校。如果小明今天到校上課沒有遲到，明天就繼續走同一個路線；若是遲到，明天就換成走另一個路線到學校。已知小明走公園路到校遲到的機率為 $\frac{1}{3}$ ，走北門路遲到的機率為 $\frac{1}{4}$ ，試求

(1) 小明星期三走公園路到校，則同一個星期的星期五也走公園路到校的機率為

(2) 某天，小明發現今天走公園路的機率與明天走公園路的機率相等，則小明今天走公園路到校的機率為

國立台南二中 108 學年度第二學期 第二次期中考 高二社會組 數學科答案卷

班級：二年_____班 座號：_____ 姓名：_____

一、多選題：每題 5 分，共 25 分【所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。】

1.	2.	3.	4.	5.
(1)(3)(5)	(2)(4)	(1)(4)(5)	(1)(4)	(1)(3)(4)(5)

二、填充題：每格 5 分，共 75 分

1.	2.	3.	4.
(1,3)	5	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
5.	6.	7.	8.
$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 9 & -4 \end{bmatrix}$	0	$\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}\right)$
9. (1)	9. (2)	10.	11.
$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 512 & -512 \\ -512 & 512 \end{bmatrix}$	2272	(0, 2)
12.	13. (1)	13. (2)	
12	$\frac{19}{36}$	$\frac{3}{7}$	

國立台南二中 108 學年度第二學期 第二次期中考 高二社會組 數學科答案卷

班級：二年_____班 座號：_____ 姓名：_____

一、**多選題**：每題 5 分，共 25 分【所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。】

1.	2.	3.	4.	5.

二、**填充題**：每格 5 分，共 75 分

1.	2.	3.	4.
5.	6.	7.	8.
9. (1)	9. (2)	10.	11.
12.	13. (1)	13. (2)	