國立臺南二中 109 學年度第一學期期末考 三年級自然組 數學科 試題

一、多重選擇題:(每題 6 分，共 18 分)(所有選項均答對者，得 6 分；錯一個選項得 4 分；錯兩個選項得 2 分；錯三個以上或未做答者，該題以零分計。)

(　　) 1. 選出關於複數正確的敘述。

(A)任一個複數均能寫成極式的表示法　(B) 將非零複數寫成極式 $r(\cos\theta + i\sin\theta)$ 時，r 為正數，實部為 $\cos\theta$，虛部為 $\sin\theta$　(C) 將 $-\sqrt{2}+\sqrt{3}i$ 寫成極式後，其主輻角為鈍角　(D) $-\sqrt{2}+\sqrt{3}i$ 的七個 7 次方根，在複數平面上與原點的距離均相等　(E) 在複數平面上，P、Q、R 三點分別表示複數 z_1, z_2, z_3，若 $z_2 = z_1(\cos 45^\circ + i\sin 45^\circ)$，$z_3 = z_1(\cos(-45^\circ) + i\sin(-45^\circ))$，則 $\triangle PQR$ 為直角三角形。

(　　) 2. 兩複數的極式分別表示為 $z_1 = r_1(\cos\alpha + i\sin\alpha)$，$z_2 = r_2(\cos\beta + i\sin\beta)$。則下列哪些選項是正確的? (A) 若 $z_1 = z_2$，則 $r_1 = r_2$　(B) 若 $z_1 = z_2$，則 $\alpha = \beta$

(C) $\alpha+\beta$ 是 $z_1 \cdot z_2$ 的輻角　(D) 若 $r_2 \neq 0$，對**<u>任意整數</u>** n，$\left|\dfrac{z_1}{z_2}\right|^n = \dfrac{r_1^{\,n}}{r_2^{\,n}}$ 均成立　(E) 對**<u>任意整數</u>** n，$|z_1 + z_2|^n = r_1^{\,n} + r_2^{\,n}$ 均成立。

(　　) 3. 已知 z 為**<u>虛數</u>**，且滿足 $z^5 = 1$。下列哪些選項是正確的? (A) $1 + z + z^2 + z^3 + z^4 = 0$ (B) 滿足條件的 z 有 5 個　(C) 所有滿足條件的 z 在複數平面中，均在圓心為原點的單位圓上　(D) 若 z_1，z_2 為滿足條件的兩相異虛數，則 $|z_1 + z_2| = 1$ (E) 若 z_1，z_2 為滿足條件的兩相異虛數，則 $|z_1 \cdot z_2| = 1$。

二、填充題:

1. 將下列複數以極式表示(**輻角取<u>主輻角</u>**)

(1) $-2+2i =$ ________________　(2) $-3i(\cos 50^\circ + i\sin 50^\circ) =$ ________________

(3) $\left(\dfrac{1+\sqrt{3}i}{1+i}\right)^{10} =$ ________________

2. O 為原點，$A(z_1)$、$B(z_2)$ 為複數平面上兩點，其中 $z_1 = 2(\cos 25^\circ + i\sin 25^\circ)$，$z_2 = 5(\cos 85^\circ + i\sin 85^\circ)$，求 $\triangle OAB$ 面積=________________

3. 已知 $z_1=\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}$ ， $z_2=\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}$ ，又 $P(z_1)$ 、 $Q(z_2)$ 、 $R(\frac{z_1}{z_2})$ 為複數平面上三點，求 $\angle PQR=$________

4. 將直角坐標平面上一點 $A(-4,\sqrt{3})$ 以原點 O 為中心，**<u>順時針</u>**旋轉 $60°$ 可到達 B 點，問 B 點坐標____________

5. $z=(1-i)^6(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i)^4$ ，求 $|z|=$_________

6. 在所有滿足 $z+\bar{z}=4$ 的複數中，使得 $\left|3+\sqrt{6}i-z\right|$ 產生最小值的複數 z 為_____________

7. 已知 $|z-1|=2|z|$ ， $Arg(z-1)-Arg(z)=\frac{\pi}{3}$ ，求 $z=$________________

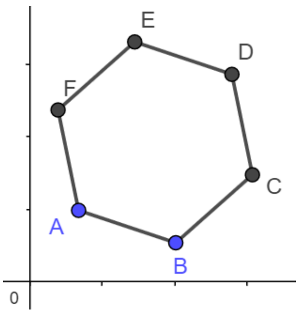
8. $z=\dfrac{\sqrt{2}(-\sin 70°+i\cos 70°)}{\cos 50°-i\sin 50°}$ ，(1)若 $|z|=a$ ， $Arg(z)=b$ ，請問 $(a,b)=$_______________

(2)滿足 z^n 為**<u>純虛數</u>**的最小正整數 n 為__________

9. 滿足 $z^8=256(\cos\frac{\pi}{11}+i\sin\frac{\pi}{11})$ 的所有解，在複數平面上所形成的凸多邊形面積為__________

10. 已知 z 為 $-4+4\sqrt{3}i$ 的一個三次方根，且 z 的實部為負數，求 z =__________________

11. 如右圖，複數 $z_1,z_2,...,z_6$ 在複數平面上對應的點恰分別為正六邊形 $ABCDEF$ 的各頂點，求 $\frac{z_2-z_1}{z_4-z_1}$ 的值__________________



三、計算作圖題：(5 分)

1.畫出 $x^6+x^4+x^2+1=0$ 的六個根在複數平面所形成的六邊形。

(提示: $x^8-1=(x^2-1)(x^6+x^4+x^2+1)$ 。)

【試題結束】

國立臺南二中 109 學年度第一學期期末考 三年級自然組 數學科 試題

答案卷　　班級：_____座號：___ 姓名：_________

一、 多重選擇題**(每題 6 分，共 18 分)(所有選項均答對者，得 6 分；錯一個選項得 4 分；錯兩個選項得 2 分；錯三個以上或未做答者，該題以零分計。)**

1.	2.	3.

二、填充題:

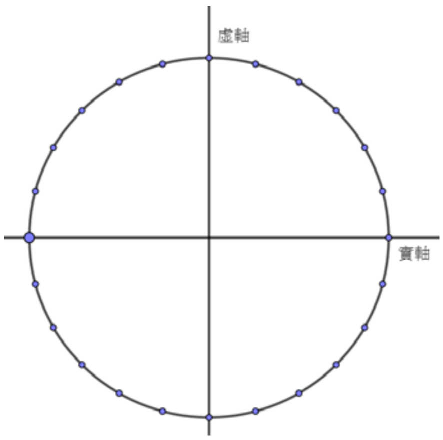
答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
得分	7	14	21	28	34	40	45	50	55	60	65	70	74	77

1.(1)	1.(2)	1.(3)	2.
3.	4.	5.	6.
7.	8.(1)	8.(2)	9.
10.	11.		

三、計算作圖題：(5 分)

1.畫出 $x^6+x^4+x^2+1=0$ 的六個根在複數平面所形成的六邊形。

(提示: $x^8-1=(x^2-1)(x^6+x^4+x^2+1)$ 。)



(所附圖形為複數平面上的單位圓，圓周上的點為以(1,0)開始的 24 等分點)

國立臺南二中 109 學年度第一學期期末考 三年級自然組 數學科 試題

答案卷　班級：_____座號：___ 姓名：_________

一、 多重選擇題**(每題 6 分，共 18 分)(所有選項均答對者，得 6 分；錯一個選項得 4 分；錯兩個選項得 2 分；錯三個以上或未做答者，該題以零分計。)**

1.	2.	3.
AD	ACD	ACE

二、填充題:

答對格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
得分	7	14	21	28	34	40	45	50	55	60	65	70	74	77

1.(1)	1.(2)	1.(3)	2.
$2\sqrt{2}(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4})$ $(135°)$	$3(\cos\frac{16\pi}{9}+i\sin\frac{16\pi}{9})$ $(320°)$	$32(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6})$ $(150°)$	$\frac{5}{2}\sqrt{3}$
3.	4.	5.	6.
$\frac{\pi}{6}$	$(\frac{-1}{2},\frac{5}{2}\sqrt{3})$	8	$2+\sqrt{6}i$
7.	8.(1)	8.(2)	9.
$\frac{\sqrt{3}}{3}i$	$\left(\sqrt{2},210°\right)$	3	$8\sqrt{2}$
10.	11.		
$2(\cos\frac{8\pi}{9}+i\sin\frac{8\pi}{9})$ $(160°)$	$\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{3}}{4}i$ $\frac{1}{2}(\cos(-60°)+i\sin(-60°))$		

三、計算作圖題：(5 分)

1.畫出 $x^6+x^4+x^2+1=0$ 的六個根在複數平面所形成的六邊形。

(提示: $x^8-1=(x^2-1)(x^6+x^4+x^2+1)$ 。)(所附圖形為複數平面上的單位圓，圓周上的點為以(1,0)開始的 24 等分點)