

國立臺南第二高級中學 109 學年度第一學期第二次期中考高三數學甲試題

一、配對題：請選出符合條件的所有選項

- A. $y = \sin x$ B. $y = \cos 2x$ C. $y = \cot x$ D. $y = \sec \frac{1}{2}x$ E. $y = \csc x$
F. $y = |\sin x|$ G. $y = |\tan x|$ H. $y = \sin x + \cos x$ I. $y = |\sin x \cos x|$ J. $y = \sin x + |\sin x|$

1. 週期為 π 的函數 _____

2. 函數圖形對稱於原點 _____

二、多選題：

3. 設 $\sin \theta, \cos \theta$ 為方程式 $3x^2 - 4x + k = 0$ 的兩根, 請選出正確的選項

(A) $\sin \theta + \cos \theta = \frac{-4}{3}$

(B) $k = \frac{7}{18}$

(C) $\tan \theta + \cot \theta = \frac{18}{7}$

(D) $\sin 2\theta = \frac{7}{18}$

(E) $\sec \theta + \csc \theta = \frac{24}{7}$

4. 在坐標平面上, 廣義角 θ 的頂點為原點 O , 始邊為 x 軸的正向, 且滿足 $\cot \theta = \frac{3}{4}$.

若 θ 的終邊上有一點 P , 其 y 坐標為 -12 , 請選出正確的選項

(A) θ 為第三象限角

(B) $\overline{OP} = 20$

(C) $\sec \theta = -\frac{5}{4}$

(D) $\cos 2\theta = -\frac{7}{25}$

(E) $\cos \frac{\theta}{2} < 0$

5. 關於下列各項敘述，請選出正確的選項：

- (A) 標準位置角 10 弧度是第三象限角.
- (B) 若 $0 < x < \pi$ ，則 $y = \sin x + \frac{2}{\sin x}$ 的最小值為 $2\sqrt{2}$
- (C) 若 α 、 β 為任意實數，則 $\sin \alpha + \cos \beta$ 的最大值為 $\sqrt{2}$
- (D) 將 $y = \sin 2x$ 的圖形向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 單位，可得 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{8}\right)$ 的圖形.
- (E) 將 $y = \sin x + \cos x$ 的圖形經過適當的平移後，能與 $y = \sin x$ 的圖形重合

6. 關於函數 $y = \sin x + |\cos x|$ 的圖形，選出正確的選項：

- (A) 週期為 π .
- (B) f 的最大值為 $\sqrt{2}$.
- (C) 與 y 軸的交點為 $(0,1)$.
- (D) $f\left(\frac{\pi}{10}\right) > f\left(\frac{\pi}{9}\right)$.
- (E) 對稱於直線 $x = \frac{\pi}{2}$.

三、填充題：

1、若 $a = \sin 1$ ， $b = \cos 1$ ， $c = \sin 2$ ， $d = \cos 2$ ， $e = \sin 3$ ，此五個數的中位數為？

- (A) a (B) b (C) c (D) d (E) e (單選)

2、下列哪一個數值最接近 2?

(A) $\sqrt{3} \cos 16^\circ + \sin 16^\circ$.

(B) $\sqrt{3} \cos 36^\circ + \sin 36^\circ$.

(C) $\sqrt{3} \cos 56^\circ + \sin 56^\circ$.

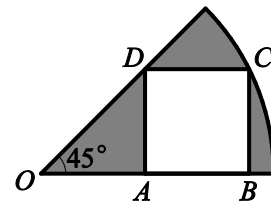
(D) $\sqrt{3} \cos 76^\circ + \sin 76^\circ$.

(E) $\sqrt{3} \cos 96^\circ + \sin 96^\circ$.

(單選)

3、求 $(\cos \pi) \left(\tan \frac{\pi}{3} \right) + \left(\csc \frac{5\pi}{4} \right) \left(\cot \frac{5\pi}{6} \right)$ 的值.

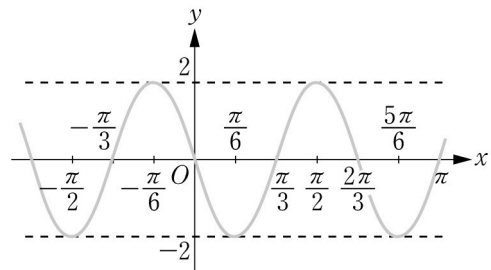
4、如右圖,已知扇形的圓心角為 45° ,半徑為 20,且四邊形 $ABCD$ 為內接正方形,求三塊鋪色區域的周長總和。



5、在 $0 \leq x \leq 4\pi$ 範圍內,已知方程式 $\sin x = -\frac{1}{2}$ 的實數解有 a 個; $\sin x = \frac{x}{5}$ 的實數解有 b 個; $\sin x = \log x$ 的實數解有 c 個。請寫出序組 $(a, b, c) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6、右圖為函數 $y = a \cos(b(x+c))$ 的部分圖形,其中 $a > 0$, $b > 0$, $-\frac{\pi}{2} \leq c \leq \frac{\pi}{2}$,

請寫出序組 $(a, b, c) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



7、設函數 $y = 2\cos x - 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ ，試問

(1) 若將 $f(x)$ 表示 $a\sin(x+c)$ 的形式 (其中 $a > 0$, $0 < c < 2\pi$)，試求數對 (a, c) 。

(2) 已知 $0 \leq x \leq 2\pi$ ，在 $x = k$ 有最小值 m ，試求數對 (k, m) 。

8、已知在 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 範圍內，方程式 $\sin x + 2\cos x = k$ 有兩個相異的實數解，

試求 k 值的範圍。

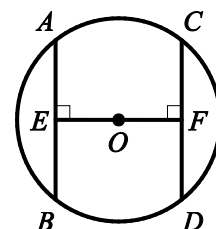
9、試求函數 $f(x) = \sin^2 x + \sqrt{3}\sin x \cos x$ 的最大值為_____。

10、想在半徑10公尺的圓形池塘內，建造一座H字形的木橋

跨越池面，如右圖。若 O 為圓心， $\overline{EF} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{EF} \perp \overline{CD}$ ，且

$\overline{EO} = \overline{OF}$ ，當木橋總長達最長，此時中間的連接段 \overline{EF} 為

_____公尺。



11、求參數式 $\begin{cases} x = 1 + 2\cos\theta \\ y = 1 + 2\sin\theta \end{cases}$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) 表示之圖形在第一象限與 x 軸、 y 軸所圍

成的區域面積。

國立臺南第二高級中學 109 學年度第一學期第二次期中考高三數學甲答案卷

三年 _____ 班 座號 _____ 姓名 _____

配對題與多選題 36%

(每題 6 分，錯 1 個得 4 分，錯 2 個得 2 分，錯 3 個以上得 0 分)

1 BCFG	2 ACE	3 CE
4 AD	5 A	6 BCE

填充題 64%

格數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
得分	6	12	18	24	30	35	40	45	50	55	60	64

1 B	2 B	3 $-\sqrt{3} + \sqrt{6}$
4 $40 + 5\pi + 8\sqrt{5}$	5 (4, 2, 3)	6 $(2, 3, \frac{\pi}{6})$ or $(2, 3, \frac{-\pi}{2})$
7(1) $(2, \frac{5\pi}{6})$	7(2) $(\frac{2\pi}{3}, -2)$	8 $2 \leq k < \sqrt{5}$
9 $\frac{3}{2}$	10 $4\sqrt{5}$	11 $1 + \sqrt{3} + \frac{5\pi}{3}$